

ΑΘΑΝΑΣΙΟΣ ΜΗΡΑΤΣΟΣ

# ΑΝΩΤΕΡΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΕΚΔΟΣΕΙΣ  
ΑΘ. ΣΤΑΜΟΥΛΗΣ

**ΑΝΩΤΕΡΑ  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

S18  
MTTP

ΕΥΔΟΞΟΣ

ΑΘΑΝΑΣΙΟΣ ΜΗΡΑΤΣΟΣ

ΔΩΡΕΑ

Τ.Ε.Ι. ΑΘΗΝΑΣ

ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ

Αρ. εισ. 76572

# ΑΝΩΤΕΡΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ



ΕΚΔΟΣΕΙΣ  
ΑΘ. ΣΤΑΜΟΥΛΗΣ

Κάθε γνήσιο αντίτυπο φέρει την υπογραφή του συγγραφέα.



Απαγορεύεται η αναδημοσίευση ή αναπαραγωγή του παρόντος έργου στο σύνολό του ή τμημάτων του με οποιονδήποτε τρόπο, καθώς και η μετάφραση ή διασκευή του ή εκμετάλλευσή του με τρόπο μηχανικό ή ηλεκτρονικό ή οποιονδήποτε άλλο, σύμφωνα με τις διατάξεις του ν.2121/1993 και της Διεθνούς Σύμβασης Βέρνης - Παρισιού, που κυρώθηκε με το ν.100/1975. Επίσης απαγορεύεται η αναπαραγωγή της στοιχειοθεσίας, της σελιδοποίησης, του εξωφύλλου και γενικότερα της εμφάνισης του βιβλίου, με φωτοτυπικές, ηλεκτρονικές ή οποιεσδήποτε άλλες μεθόδους σύμφωνα με το άρθρο 51 του ν.2121/1993 χωρίς γραπτή άδεια του εκδότη.

© Copyright: Εκδόσεις Σταμούλη Α.Ε. • Αθήνα 2003

## **ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΣΤΑΜΟΥΛΗ Α.Ε.**

---

### **ΓΡΑΦΕΙΑ - ΧΟΝΔΡΙΚΗ ΠΩΛΗΣΗ:**

**ΑΘΗΝΑ:** ΑΒΕΡΩΦ 2 Τ.Κ. 104 33 ΤΗΛ.: 2105238305 (6 γραμμές) FAX: 2105238959

### **ΒΙΒΛΙΟΠΩΛΕΙΑ:**

**ΑΘΗΝΑ** : ΑΒΕΡΩΦ 2 Τ.Κ. 104 33 ΤΗΛ.: 2105238305 (6 γραμμές) FAX: 2105238959

**ΠΕΙΡΑΙΑΣ** : ΚΑΡΑΟΛΗ & ΔΗΜΗΤΡΙΟΥ 87 Τ.Κ. 185 34 ΤΗΛ.: 2104227504 FAX: 2104227577

E-mail: [info@stamoulis.gr](mailto:info@stamoulis.gr) <http://www.stamoulis.gr>

Στους φοιτητές  
των θετικών επιστημών

## ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Το βιβλίο αυτό προορίζεται για τους φοιτητές της Τριτοβάθμιας Εκπαίδευσης. Αποτελείται από δεκατρία κεφάλαια, στα οποία δίνονται με πλήρη ανάλυση όλες οι απαραίτητες έννοιες των Ανώτερων Μαθηματικών μαζί με μία σειρά εφαρμογών έτσι ώστε να καλύπτονται οι περισσότερες περιπτώσεις των προβλημάτων, που εμφανίζονται στο σύνολο των θετικών επιστημών. Υπάρχουν, επίσης, στο τέλος του βιβλίου δύο Παραρτήματα το ένα με τις βασικές εντολές του προγράμματος MATHEMATICA και το άλλο με ορισμένες άλλες έννοιες, που κρίθηκαν απαραίτητες για την κατανόηση του βιβλίου.

Οι έννοιες που αναπτύσσονται στα επί μέρους κεφάλαια του βιβλίου, εκτός του πρώτου που γίνεται μία συνοπτική αναφορά στα βασικά στοιχεία του διανυσματικού λογισμού και της αναλυτικής γεωμετρίας, του τρίτου στο οποίο μελετώνται οι διανυσματικοί χώροι και οι πίνακες και του τελευταίου που εξετάζει τη λύση εξισώσεων με επαναληπτικές μεθόδους, βασικά αναφέρονται στην παραγωγή και την ολοκλήρωση αφενός μεν των πραγματικών συναρτήσεων μίας ή περισσότερων μεταβλητών και αφετέρου των μιγαδικών συναρτήσεων. Σημαντικό ενδιαφέρον για τις εφαρμογές που καλύπτει έχει το δωδέκατο κεφάλαιο, που μελετά τη λύση των διαφορικών εξισώσεων. Σε ορισμένα κεφάλαια προτάσσεται μία ιστορική εισαγωγή στις έννοιες που αναπτύσσονται, ενώ δίνεται μία συνοπτική καταγραφή του έργου κάθε ερευνητή που αναφέρεται στο βιβλίο. Με τον τρόπο αυτό ο φοιτητής παρακολουθεί ενεργά την εξέλιξη των εννοιών του βιβλίου γνωρίζοντας τους εφευρέτες των εννοιών αυτών και δεν περιορίζεται σε μία απλή καταγραφή ορισμών, θεωρημάτων και συμπερασμάτων τους.

Ο συγγραφέας θεωρεί υποχρέωσή του στο σημείο αυτό να εκφράσει τις θερμές του ευχαριστίες προς όλους όσους τον βοήθησαν στη συγγραφή αυτού του βιβλίου.

Μάρτιος 2003

Α. Μπράτσος

## ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1	ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ .....	23
1.1	Διανυσματικός Λογισμός .....	23
	Βασικές έννοιες .....	23
	Συστήματα συντεταγμένων .....	24
	Διανύσματα .....	30
	Άλγεβρα διανυσμάτων .....	31
	Εσωτερικό γινόμενο .....	34
	Συνημίτονα κατεύθυνσης διανύσματος .....	35
	Εξωτερικό γινόμενο .....	35
	Μικτό γινόμενο .....	37
	Γραμμική ανεξαρτησία διανυσμάτων .....	38
1.2	Παραμετρική παράσταση καμπύλων και επιφανειών .....	40
1.3	Ευθεία .....	42
	Συντελεστής διεύθυνσης .....	42
	Ευθεία από σημείο και παράλληλη προς διάνυσμα .....	43
	Ευθεία από δύο σημεία .....	44
1.4	Επίπεδο .....	48
	Επίπεδο από σημείο και παράλληλο προς δύο διανύσματα .....	48
	Επίπεδο από δύο σημεία και παράλληλο προς διάνυσμα .....	49
	Επίπεδο από τρία σημεία .....	49
1.5	Κύκλος .....	51
1.6	Έλλειψη .....	53
1.7	Υπερβολή .....	56
1.8	Παραβολή .....	59
1.9	Κωνικές τομές .....	61

---

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2	ΜΙΓΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ	67
2.1	Εισαγωγικές έννοιες	67
2.2	Ορισμός και άλγεβρα μιγαδικών αριθμών	68
	Ισότητα	68
	Πρόσθεση	68
	Πολλαπλασιασμός	69
2.3	Δύναμη	71
2.4	Συζυγείς μιγαδικοί αριθμοί	71
	Συζυγείς μιγαδικές συντεταγμένες	73
2.5	Μέτρο μιγαδικών αριθμών	73
2.5	Παράσταση συνόλου $\mathbb{C}$	74
2.6	Γεωμετρική παράσταση	75
2.7	Μορφές μιγαδικού αριθμού	78
	Τριγωνομετρική	78
	Πολική	81
	Εκθετική	82
2.8	Ρίζες μιγαδικών αριθμών	83
2.9	Λογάριθμος μιγαδικού αριθμού	86
2.10	Μιγαδικές δυνάμεις	87
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3	ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ	90
3.1	Διανυσματικοί χώροι	90



---

Ευκλείδιος χώρος .....	90
Διανυσματικός χώρος .....	91
Διανυσματικοί χώροι με norm .....	94
Εσωτερικό γινόμενο .....	97
3.2 Πίνακες .....	101
Γενικές έννοιες .....	101
Αλγεβρική δομή .....	104
Ορίζουσες .....	109
Αντίστροφος πίνακας .....	111
Βαθμός πίνακα .....	113
Norm πινάκων .....	115
3.3 Γραμμικά συστήματα .....	120
Συστήματα Cramer .....	122
Μέθοδοι Gauss .....	125
Μέθοδος της LU διαμέρισης .....	130
Γραμμικά συστήματα γενικής μορφής .....	134
3.4 Ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα .....	144
Γενικοί ορισμοί .....	144
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4	ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΕΣ
	ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ .....
	149
4.1 Συναρτήσεις μιας μεταβλητής .....	149
Άλγεβρα συναρτήσεων .....	152
Άρτιες και περιττές συναρτήσεις .....	154
Μονοτονία συνάρτησης .....	155
Περιοδική συνάρτηση .....	155
Κατηγορίες συναρτήσεων .....	158
Διανυσματική συνάρτηση .....	165
4.2 Συναρτήσεις πολλών μεταβλητών .....	168

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5	ΟΡΙΑΚΗ ΤΙΜΗ ΚΑΙ ΣΥΝΕΧΕΙΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ	173
5.1	Ακολουθίες	173
	Πράξεις μεταξύ ακολουθιών	174
	Φραγμένη ακολουθία	175
	Σύγκλιση ακολουθιών	179
	Ιδιότητες συγκλινουσών ακολουθιών	180
	Πράξεις μεταξύ συγκλινουσών ακολουθιών	182
	Ο αριθμός $\epsilon$	185
	Ακολουθίες Cauchy	186
	Σύγκλιση ακολουθίας σε μετρικό χώρο	187
	Στοιχεία τοπολογικών χώρων	188
5.2	Οριακή τιμή συνάρτησης μιας μεταβλητής	190
	Σύγκλιση στο άπειρο	191
	Σύγκλιση σε σημείο	194
	Ιδιότητες συγκλινουσών συναρτήσεων	197
	Σύγκλιση συνάρτησης σε διανυσματικό χώρο	199
	Εφαρμογή σε συναρτήσεις πολλών μεταβλητών	202
5.3	Συνέχεια συνάρτησης	205
	Συνέχεια συνάρτησης μιας μεταβλητής	205
	Ιδιότητες συνεχών συναρτήσεων	206
	Θεωρήματα συνεχών συναρτήσεων	206
	Συνέχεια συνάρτησης σε διανυσματικό χώρο	213
	Ομαλή συνέχεια συνάρτησης	215
	Εφαρμογή σε συναρτήσεις πολλών μεταβλητών	216
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6	ΠΑΡΑΓΩΓΟΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ	219
6.1	Παράγωγος συνάρτησης μιας μεταβλητής	219
	Ορισμός της παραγώγου	219

Πλευρικές παράγωγοι . . . . .	221
Γεωμετρική σημασία παραγώγου . . . . .	222
Διαφορικό συνάρτησης . . . . .	224
Κανόνες παραγωγίσης . . . . .	226
Παράγωγος σύνθετης συνάρτησης . . . . .	230
Παράγωγος αντίστροφης συνάρτησης . . . . .	231
Παράγωγος συνάρτησης με παραμετρική μορφή . . . . .	242
Παράγωγος πεπλεγμένης συνάρτησης . . . . .	244
6.2 Εφαρμογές των παραγώγων . . . . .	245
Ακρότατα συνάρτησης . . . . .	245
Θεωρήματα μέσης τιμής Διαφορικού Λογισμού . . . . .	247
6.3 Μελέτη συνάρτησης . . . . .	250
6.4 Υπολογισμός οριακών τιμών . . . . .	260
6.5 Τύπος Taylor . . . . .	268
6.6 Παράγωγος διανυσματικής συνάρτησης . . . . .	273
Εφαρμογή στη φυσική . . . . .	275
6.7 Μερική παράγωγος συνάρτησης . . . . .	277
Ορισμός της παραγώγου . . . . .	277
Η έννοια του διαφορικού . . . . .	281
Παράγωγος σύνθετης συνάρτησης . . . . .	285
Διευθυνόμενη παράγωγος . . . . .	287
Κλίση συνάρτησης . . . . .	288
Παράγωγος πεπλεγμένης συνάρτησης . . . . .	292
Εφαπτόμενο και κάθετο επίπεδο σε επιφάνεια . . . . .	297
Ακρότατα συναρτήσεων πολλών μεταβλητών . . . . .	299
Ακρότατα με συνθήκη . . . . .	303

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7	ΑΟΡΙΣΤΟ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑ	307
7.1	Αρχική συνάρτηση και αόριστο ολοκλήρωμα	307
	Ιδιότητες του αόριστου ολοκληρώματος	308
7.2	Μέθοδοι ολοκλήρωσης	309
	Ολοκλήρωση με δημιουργία του διαφορικού	309
	Ολοκλήρωση με αντικατάσταση	314
	Παραγοντική ολοκλήρωση	316
	Ολοκλήρωση με υποβιβασμό	321
	Ολοκλήρωση ρητών συναρτήσεων	330
	Διώνυμα ολοκληρώματα	344
	Ολοκλήρωση τριγωνομετρικών συναρτήσεων	348
	Ολοκλήρωση υπερβολικών συναρτήσεων	356
7.3	Προσεγγιστικός υπολογισμός ολοκληρώματος	359
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8	ΟΡΙΣΜΕΝΟ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑ	360
8.1	Ορισμός ορισμένου ολοκληρώματος	360
	Ιδιότητες ορισμένου ολοκληρώματος	367
8.2	Θεωρήματα μέσης τιμής ολοκληρωτικού λογισμού	368
8.3	Υπολογισμός ορισμένου ολοκληρώματος	369
8.4	Γενικευμένα ολοκληρώματα	373
	α' είδους	374
	β' είδους	377
	Μεικτού είδους	379
	Συνάρτηση γάμμα	380
8.5	Ολοκληρώματα ειδικής μορφής	383

Συνάρτηση σφάλματος .....	383
Ολοκληρώματα Fresnel .....	384
Ημιτονικό ολοκλήρωμα .....	386
Συνημιτονικό ολοκλήρωμα .....	387
8.6 Ορθογώνια συστήματα συναρτήσεων .....	387
Ορθογώνιες συναρτήσεις υπό συνθήκη .....	391
Πολυώνυμα Chebychev πρώτου είδους .....	392
Πολυώνυμα Chebychev δευτέρου είδους .....	394
8.7 Εφαρμογές του ορισμένου ολοκληρώματος .....	397
Υπολογισμός εμβαδών επίπεδων σχημάτων .....	397
Μήκος τόξου καμπύλης .....	403
Όγκος στερεών .....	405
Εμβαδό επιφάνειας από περιστροφή .....	409
8.7.5 Ροπές, κέντρα βάρους, θεωρήματα Guildin .....	411
Εφαρμογή στην επίλυση φυσικών προβλημάτων .....	415
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9	ΠΟΛΛΑΠΛΑ ΚΑΙ ΕΠΙΚΑΜΠΥΛΙΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΑ .....
	420
9.1 Γενίκευση του ορισμένου ολοκληρώματος .....	420
Εφαρμογή .....	424
Ιδιότητες των πολλαπλών ολοκληρωμάτων .....	425
9.1.2 Θεωρήματα μέσης τιμής .....	425
9.2 Διπλά ολοκληρώματα .....	426
Κανόνες υπολογισμού .....	428
Αλλαγή μεταβλητής κατά την ολοκλήρωση .....	432
Καμπυλόγραμμες συντεταγμένες .....	432
Γραμμικοί μετασχηματισμοί .....	433
Πολικές συντεταγμένες .....	434



Εφαρμογές των διπλών ολοκληρωμάτων . . . . .	436
Υπολογισμός εμβαδών . . . . .	436
Υπολογισμός όγκων . . . . .	437
Εφαρμογές στη Φυσική . . . . .	437
9.3 Τριπλά ολοκληρώματα . . . . .	440
Κανόνες υπολογισμού . . . . .	442
Αλλαγή μεταβλητής κατά την ολοκλήρωση . . . . .	445
Κυλινδρικές συντεταγμένες . . . . .	446
Σφαιρικές συντεταγμένες . . . . .	447
Εφαρμογές των τριπλών ολοκληρωμάτων . . . . .	448
Υπολογισμός όγκων . . . . .	448
Εφαρμογές στη Φυσική . . . . .	448
9.4 Επικαμπύλια ολοκληρώματα . . . . .	450
Επικαμπύλια ολοκληρώματα πρώτου είδους . . . . .	451
Υπολογισμός του επικαμπύλιου ολοκληρώματος . . . . .	452
Επικαμπύλια ολοκληρώματα δευτέρου είδους . . . . .	455
Υπολογισμός του επικαμπύλιου ολοκληρώματος . . . . .	457
Ιδιότητες των επικαμπύλιων ολοκληρωμάτων δευτέρου είδους . . . . .	460
Συνθήκες ανεξαρτησίας ολοκληρωμάτων δευτέρου είδους . . . . .	461
Σχέση επικαμπύλιων ολοκληρωμάτων πρώτου και δευτέρου είδους . . . . .	469
Σχέση επικαμπύλιων και διπλών ολοκληρωμάτων . . . . .	470
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 10      ΣΕΙΡΕΣ . . . . .	474
10.1 Η έννοια της σειράς . . . . .	474
10.2 Σύγκλιση σειράς . . . . .	475
Ιδιότητες και κριτήρια σύγκλισης σειρών . . . . .	477
10.3 Σειρές μη αρνητικών όρων . . . . .	479

10.4	Ακολουθίες και σειρές συναρτήσεων . . . . .	486
	Απλή σύγκλιση ακολουθίας συναρτήσεων . . . . .	486
	Ομαλή σύγκλιση ακολουθιών και σειρών συναρτήσεων . . . . .	489
	Εφαρμογή στην τριγωνομετρική σειρά . . . . .	494
	Δυναμοσειρές . . . . .	497
	Σειρά Taylor . . . . .	500
10.5	Εναλλάσουσες σειρές . . . . .	506
10.6	Απόλυτα συγκλίνουσες σειρές . . . . .	508
10.7	Γινόμενο σειρών . . . . .	509
10.8	Απειρογινόμενα . . . . .	512
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 11	ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΟ ΜΙΓΑΔΙΚΟ ΛΟΓΙΣΜΟ . . . . .	519
11.1	Μιγαδικές συναρτήσεις . . . . .	519
	Στοιχειώδεις μιγαδικές συναρτήσεις . . . . .	521
11.2	Οριακή τιμή μιγαδικών συναρτήσεων . . . . .	525
	Ιδιότητες οριακών τιμών . . . . .	528
11.3	Συνέχεια μιγαδικών συναρτήσεων . . . . .	529
	Ομοιόμορφη συνέχεια μιγαδικών συναρτήσεων . . . . .	531
11.4	Παράγωγος μιγαδικών συναρτήσεων . . . . .	533
	Η έννοια του διαφορικού . . . . .	538
	Συνθήκες ολομορφίας των Cauchy-Riemann . . . . .	538
	Μιγαδικοί τελεστές . . . . .	542
	Εφαρμογή στη λύση διαφορικών εξισώσεων . . . . .	544
	Εφαρμογές των παραγώγων . . . . .	544

11.5 Ολοκλήρωση μιγαδικών συναρτήσεων .....	549
Επικαμπύλια ολοκληρώματα .....	549
Ιδιότητες επικαμπύλιων ολοκληρωμάτων .....	551
Αόριστο ολοκλήρωμα .....	552
Βασικά θεωρήματα ολοκλήρωσης .....	553
Ολοκληρωτικοί τύποι Cauchy .....	557
11.6 Σειρές μιγαδικών συναρτήσεων .....	561
11.7 Ολοκληρωτικά υπόλοιπα .....	565
11.7 Μιγαδικές περιοδικές συναρτήσεις .....	571
Ελλειπτικές συναρτήσεις .....	574
11.8 Σύμμορφες απεικονίσεις .....	577
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 12	ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΙΣ
	ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ
	ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ .....
	584
12.1 Γενικές έννοιες .....	585
12.2 Διαφορικές εξισώσεις πρώτης τάξης .....	589
Διαφορικές εξισώσεις με χωριζόμενες μεταβλητές .....	589
Ομογενείς διαφορικές εξισώσεις .....	591
Πλήρεις διαφορικές εξισώσεις .....	592
Γραμμική διαφορική εξίσωση πρώτης τάξης .....	597
Γραμμική πρώτης τάξης με σταθερούς συντελεστές .....	598
Εφαρμογές .....	599
12.3 Διαφορικές εξισώσεις δευτέρας τάξης .....	603
Πρόβλημα συνοριακών τιμών .....	603
Ομογενής γραμμική με σταθερούς συντελεστές .....	604
Μη ομογενής γραμμική εξίσωση .....	608



Μέθοδος των προσδιοριστέων συντελεστών . . . . .	608
Μέθοδος μεταβολής των σταθερών . . . . .	610
Διαφορικές εξισώσεις δευτέρας τάξης ειδικής μορφής . . . . .	613
Διαφορική εξίσωση Euler . . . . .	613
Διαφορική εξίσωση Chebychev . . . . .	614
Διαφορική εξίσωση Bessel . . . . .	616
12.4 Λύση διαφορικών εξισώσεων με δυναμοσειρές . . . . .	617
Λύσεις σε περιοχή ομαλού σημείου . . . . .	618
Λύσεις σε περιοχή ιδιάζοντος σημείου . . . . .	627
12.5 Γραμμικά συστήματα διαφορικών εξισώσεων . . . . .	642
Εισαγωγικές έννοιες . . . . .	642
Γραμμικά συστήματα με σταθερούς συντελεστές . . . . .	645
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 13      ΛΥΣΗ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ ΜΕ ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΥΣ . . . . .	656
13.1 Γενικές έννοιες . . . . .	656
13.2 Μέθοδος του μέσου σημείου . . . . .	657
13.3 Μέθοδος των διαδοχικών προσεγγίσεων . . . . .	661
13.4 Μέθοδος Newton . . . . .	667
13.5 Προσδιορισμός των ριζών πολυωνύμου . . . . .	677
Σχήμα Horner . . . . .	679
Μέθοδος Müller . . . . .	687
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α . . . . .	693

---

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΑΠΟ ΤΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ	
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ .....	694
ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΤΟΛΕΣ .....	697
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β .....	711
ΞΕΝΟΓΛΩΣΣΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ .....	717
ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ .....	719
ΑΛΦΑΒΗΤΙΚΟ ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ .....	720
ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΞΕΝΩΝ ΟΝΟΜΑΤΩΝ .....	729



**Τ**ο βιβλίο αποτελείται από δέκα τρία κεφάλαια, στα οποία γίνεται μία πλήρης ανάλυση των σημαντικότερων εννοιών των Ανώτερων Μαθηματικών μαζί με μία σειρά εφαρμογών έτσι, ώστε ο αναγνώστης να έχει αφενός μεν μία πλήρη γνώση της θεωρίας και αφετέρου μία εκτεταμένη εικόνα των εφαρμογών της. Σε κάθε περίπτωση γίνεται λύση επιλεγμένων προβλημάτων με εντολές του προγράμματος MATHEMATICA.

Πιο συγκεκριμένα οι έννοιες που αναπτύσσονται στα επί μέρους κεφάλαια του βιβλίου είναι:

- οι βασικές έννοιες του διανυσματικού λογισμού και της αναλυτικής γεωμετρίας,
- οι μιγαδικοί αριθμοί και οι μιγαδικές συναρτήσεις, όπου ορίζονται και αναλύονται έννοιες όπως του ορίου, της συνέχειας, της παραγώγου, της ολοκλήρωσης, καθώς επίσης των ολοκληρωτικών υπολοίπων, των σύμμορφων απεικονίσεων κλπ.,
- οι διανυσματικοί χώροι, οι πίνακες και η λύση του γενικού προβλήματος των γραμμικών συστημάτων,
- οι πραγματικές συναρτήσεις μιας ή περισσοτέρων μεταβλητών, οι οριακές τιμές και η συνέχειά των, η παράγωγος, το αόριστο, το ορισμένο και το ολοκλήρωμα πολλών μεταβλητών, καθώς επίσης και τα επικαμπύλια ολοκληρώματα. Έννοιες όπως η διευθυνόμενη παράγωγος, το πολυώνυμο Taylor, η μελέτη συναρτήσεων με συνθήκη, τα γενικευμένα ολοκληρώματα κλπ. μελετώνται στο βιβλίο αυτό,
- οι σειρές πραγματικών αριθμών και συναρτήσεων,
- η λύση των διαφορικών εξισώσεων και συστημάτων με εφαρμογή σε προβλήματα, που κύρια εμφανίζονται στις θετικές επιστήμες. Σημαντική αναφορά γίνεται στη λύση με δυναμοσειρές, ενώ υπάρχει μία εκτεταμένη ανάλυση σημαντικών διαφορικών εξισώσεων όπως των Bessel, Euler κλπ.
- η προσεγγιστική λύση των εξισώσεων, που εισάγει τον αναγνώστη στις έννοιες της Αριθμητικής Ανάλυσης.

Ο συγγραφέας θέλει να πιστεύει ότι με το βιβλίο αυτό, δίνει στο φοιτητή των θετικών επιστημών ένα πλήρες βιβλίο, στις σελίδες του οποίου καταγράφονται και αναλύονται οι σημαντικότερες έννοιες των Ανώτερων Μαθηματικών.

#### **Άλλα βιβλία του συγγραφέα:**

##### **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι**

συναρτήσεις, διαφορικός και ολοκληρωτικός λογισμός, γραμμική άλγεβρα, σειρές, επαναληπτικές μέθοδοι και βασικές έννοιες του προγράμματος MATHEMATICA.

##### **ΕΦΗΡΜΟΣΜΕΝΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

μετασχηματισμός Laplace, ανάλυση Fourier, διανυσματική ανάλυση, γραμμική άλγεβρα, αριθμητική ανάλυση με αλγορίθμους και λύσεις με το πρόγραμμα MATHEMATICA.