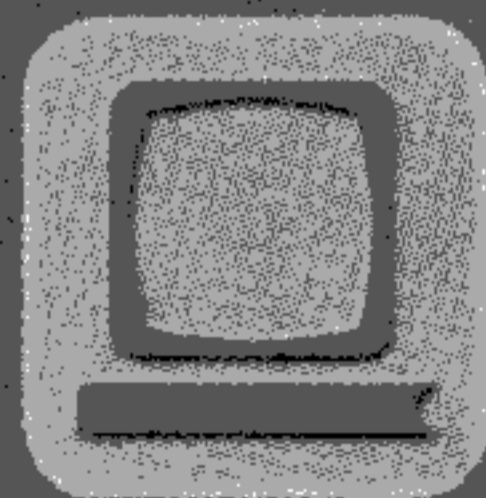
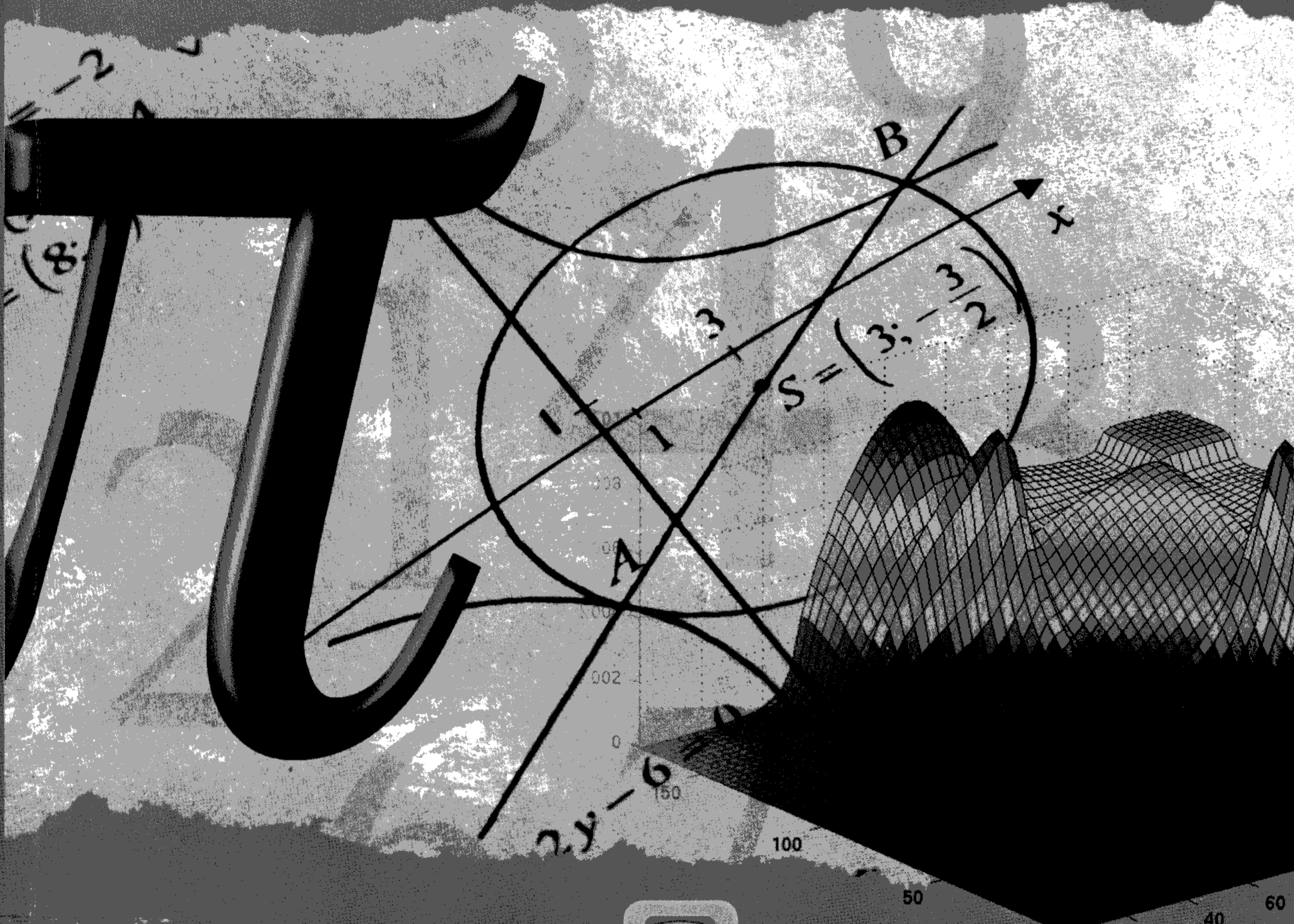


Χρήστος Παρ. Κίτσος

Τεχνολογικά Μαθηματικά & Στατιστική Τόμος Ι



ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΝΕΩΝ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΩΝ



ΔΩΡΕΑ

Χρήστος Παρ. Κίτσος
Καθηγητής ΤΕΙ Αθήνας
Γενικό Τμήμα Μαθηματικών

Τ.Ε.Ι. ΑΘΗΝΑΣ
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ
Αρ. εισ. 02875

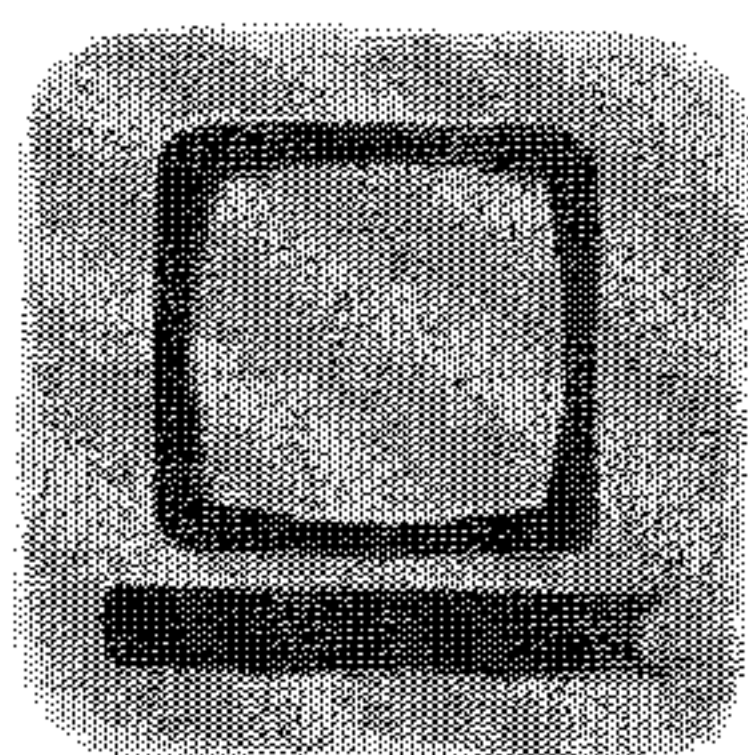
*Τεχνολογικά
Μαθηματικά & Στατιστική Ι*

Αθήνα

Κάθε γνήσιο αντίγραφο έχει την υπογραφή του συγγραφέα

Έκδοση 1^η, Copyright © 2009

ISBN: 978-960-6759-33-8



ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΝΕΩΝ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΩΝ
Στουρνάρη 49^Α, 106 82, Αθήνα
Τηλ. 210-38.45.594 - Fax: 210-38.08.009
email: contact@newtech-publications.gr
URL: www.newtech-publications.gr

Εξώφυλλο: Σκούφος Γιώργος

Απαγορεύεται η με οποιονδήποτε τρόπο ανατύπωση, καταχώρηση σε σύστημα αποθήκευσης και επανάκτησης ή μετάδοση με κάθε μορφή και μέσο (ηλεκτρονικό, μηχανικό, φωτοαντιγραφικό κ.λπ.) του συνόλου ή μέρους του βιβλίου αυτού, χωρίς την έγγραφη άδεια του εκδότη.

Περιεχόμενα

Εισαγωγή	9
----------------	---

Κεφάλαιο 1

Βασικές Έννοιες.....	13
----------------------	----

1.0 Εισαγωγή	14
1.1 Βασικές γεωμετρικές έννοιες	14
1.2 Περί ευθείας	18
1.3 Περί επιπέδου	22
1.4 Κύκλος, σφαίρα – Έλλειψη, ελλειψοειδές	24
1.5 Παραδείγματα.....	27
1.6 Πίνακες και Συστήματα εξισώσεων	33
1.7 Εισαγωγή στην αρμονική ταλάντωση	44
1.8 Σχέση και συνάρτηση.....	59
1.9 Ομάδες και δακτύλιοι.....	63
1.10 Σφαιρικά τρίγωνα (σ.τ).....	68
1.11 Μερικές χρήσιμες ιδιότητες των (σ.τ).....	75
1.12 Βασικές έννοιες Διανυσματικού λογισμού.....	78
1.13 Εφαρμογές στην Έλλειψη	81
1.14 Σχόλια.....	89

Κεφάλαιο 2

Ειδικές Μορφές Συναρτήσεων.....	93
---------------------------------	----

2.0 Εισαγωγή	94
2.1 Πολικές συντεταγμένες	94
2.2 Γραφικές παραστάσεις σε πολικές συντεταγμένες.....	95

2.3	Ακολουθίες πραγματικών αριθμών	98
2.4	Σειρές Πραγματικών Αριθμών	109
2.5	Ανάπτυξη σε σειρά κατά Taylor.....	117
2.6	Συνδυαστική Ανάλυση	122
2.7	Συνάρτηση Μέτρου Πιθανότητας	129
2.8	Δεσμευμένη Πιθανότητα.....	131
2.9	Τυχαίες Μεταβλητές.....	133
2.10	Τι είναι η Θεωρία Αποφάσεων	137
2.11	Κανονική Κατανομή.....	142
2.12	Άλλες χρήσιμες κατανομές.....	145
2.13	Διαστήματα Εμπιστοσύνης.....	149
2.14	Σχόλια.....	152

Κεφάλαιο 3α

Λογισμός (διαφορικός, ολοκληρωτικός)	155
3α Βασικές έννοιες	155
3.0 Εισαγωγή.....	156
3.1 Παράγωγος και διαφορικό συνάρτησης	159
3.2 Μέγιστα – Ελάχιστα μιας μεταβλητής (A).....	170
3.3 Αόριστο ολοκλήρωμα.....	176
3.4 Ολοκληρώματα με χρήση δευτεροβάθμιας εξίσωσης.....	185
3.5 Ολοκλήρωση κατά τμήματα.....	187
3.6 Σειρές Fourier.....	188
3.7 Μερική παράγωγος.....	192

Κεφάλαιο 3β

Λογισμός (διαφορικός, ολοκληρωτικός)	199
3β Ειδικά θέματα	199
3.8 Το διάνυσμα κλίσης.....	200
3.9 Παράγωγος κατά κατεύθυνση και Μερικές Παράγωγοι	205
3.10 Ομογενείς και Ομοθετικές συναρτήσεις.....	215
3.11 Υπολογισμός Εμβαδών και Όγκων σχημάτων	222
3.12 Αναμενόμενη Τιμή και Πληροφορία.....	237

3.13 Μέθοδος Μέγιστης Πιθανοφάνειας.....	253
3.14 Στατιστικός έλεγχος υποθέσεων	256
3.15 Σχόλια.....	267

Κεφάλαιο 4α

Εισαγωγή στις Διαφορικές Εξισώσεις.....	271
4.0 Εισαγωγή	272
4.1 Γενικά	272
4.2 Επίλυση διαφορικής εξίσωσης Α' τάξης	274
4.3 Διαφορικές εξισώσεις αναγόμενες σε ομογενείς (Δ.Ε ΑνΟ).....	279
4.4 Διαφορική εξίσωση Bernoulli	282
4.5 Ορθογώνια Τροχιά (Α)	283
4.6 Γενική μορφή δ.ε ανώτερης τάξης	285
4.7 Γραμμικές Δ.Ε δεύτερης τάξης (ΓΔΕΔΤ).....	285
4.8 Γ.Δ.Ε Ομογενείς 2ης τάξης με Σταθερούς συντελεστές	288
(Ο.Γ.Δ.Ε 2ης - Τ, ΣΣ)	
4.9 Γ.Δ.Ε 2ης-Τ με ΣΣ και με δεύτερο μέλος $\neq 0$	289
(Γ.Δ.Ε 2ας Τ-ΣΣ, Δ Μ)	
4.10 Εφαρμογές	293

Κεφάλαιο 4β

Διαφορικές Εξισώσεις II.....	309
4.11 Μεθοδολογία και ασκήσεις	310
4.12 Χρήση αντικατάστασης.....	313
4.13 Επίλυση ως προς y'	315
4.14 Ορθογώνιες τροχιές (Β).....	316
4.15 Διαφορικές Εξισώσεις διπαραμετρικής οικογένειας	320
4.16 Γραμμικές Διαφορικές Εξισώσεις δευτέρας τάξης και με δεύτερο μέλος	326
4.17 Γραμμικές Διαφορικές Εξισώσεις δευτέρας τάξης με συντελεστές συναρτήσεις του x	331
4.18 Σχόλια.....	335

Κεφάλαιο 5

Γραμμική Άλγεβρα I	339
5.0 Εισαγωγή	340
5.1 Διανυσματικοί χώροι	340
5.2 Υπόχωρος διανυσματικού χώρου	345
5.3 Ευκλείδειοι διανυσματικοί χώροι.....	352
5.4 Ορθογώνιο συμπλήρωμα διανυσματικού χώρου.....	361
5.5 Αλλαγή βάσης διανυσματικού χώρου	363
5.6 Γραμμικές μορφές	365
5.7 Γραμμικοί μετασχηματισμοί	369
5.8 Αναλλοίωτοι υπόχωροι.....	377
5.9 Σχόλια.....	384

Κεφάλαιο 6

Γραμμική Άλγεβρα II: Γεωμετρικές Έννοιες	387
6.0 Εισαγωγή	388
6.1 Ισομορφισμός	388
6.2 Γενική Δευτεροβάθμια Εξίσωση	399
6.3 Αναλλοιωτες Ποσότητες	402
6.4 Γενικεύσεις Γεωμετρικών Εννοιών	412
6.5 Συσχετισμένοι χώροι	422
6.6 Γραμμικές Πολλαπλότητες.....	425
6.7 Κέντρο Βάρους.....	428
6.8 Σχόλια.....	433

Κεφάλαιο 7

Παραδείγματα Γραμμικής Άλγεβρας	435
7.0 Εισαγωγή	436
7.1 Παραδείγματα.....	436
7.2 Έφαρμογή: Οι μετρικοί χώροι στη Φυσική	468
7.3 Βαθμωτά, Διανυσματικά, Τανυστικά μεγέθη.....	471
7.4 Πολικά και Αξονικά μεγέθη	473
7.5 Παραγωγή πίνακων και οριζουσών.....	473

7.6 Σχόλια.....	475
-----------------	-----

Κεφάλαιο 8

Επεκτάσεις Θεωρίας στο Ολοκλήρωμα 479

8.0 Εισαγωγή	480
8.1 Ολοκλήρωμα των Stieltjes – Riemann	480
8.2 Διάφορες μορφές Ολοκληρωμάτων	485
8.3 Οι συναρτήσεις Β και Γ	493
8.4 Θεώρημα Green.....	596
8.5 Αριθμητική Ολοκλήρωση	504
8.6 Μήκος Καμπύλης	512
8.6a Μήκος τόξων επιπέδων καμπύλης.....	515
8.7 Πολλαπλασιαστές Lagrange.....	518
8.8 Εμβαδόν επιφανείας από περιστροφής.....	523
8.9 Υπολογισμός Κέντρου Βάρους	526
8.10 Πολλαπλά Ολοκληρώματα.....	537
8.10 Μετασχηματισμοί.....	539
8.11 Σχόλια.....	553

Παράρτημα..... 557

Βιβλιογραφία..... 563

Εισαγωγή

Στόχος του βιβλίου αυτού είναι να γεφυρώσει το κενό που υπάρχει ανάμεσα στην εφαρμογή και την θεωρία των Μαθηματικών. Η θεωρία των Μαθηματικών έχει ένα πλήθος εφαρμογών σε άλλες επιστήμες, όπως π.χ. στην Πληροφορική, Ηλεκτροτεχνία, Φυσική, Αστρονομία, Οικονομία κ.λ.π. Η Στατιστική είναι κλάδος των Μαθηματικών, με ουσιαστική διαφορά τον επαγωγικό της χαρακτήρα (συμπεραίνει για το «όλον» από το «μέρος»), ενώ διατηρεί την μαθηματική της δομή και ανάπτυξη και όχι μόνο στην συνεχή περίπτωση.

Δόθηκε ιδιαίτερη έμφαση, αφενός στο να αναπτυχθούν και να λυθούν πλήρως πλήθος παραδειγμάτων, και αφετέρου να γίνει αναφορά σε συγκεκριμένες εφαρμογές από διάφορες επιστήμες. Πιστεύω ότι τα Μαθηματικά, σε πρώτο επίπεδο μάθησης, για τις τεχνολογικές εφαρμογές, πρέπει να είναι περισσότερο προσανατολισμένα στην κατανόηση της μεθόδου, παρά στην απόδειξη αυτή καθ' αυτή. Όμως πολλές φορές οι αποδείξεις, αυτές καθαυτές, μπορούν να φανούν χρήσιμες στην ανάπτυξη της Μαθηματικής σκέψης.

Γι' αυτό έγινε χρήση περιορισμένου αριθμού αποδείξεων, κυρίως στα κεφάλαια που αφορούν θέματα Γραμμικής Άλγεβρας, για να γίνει κατανοητή η ιδιαιτερότητα της ανάπτυξης αυτών των ιδεών, των συνυφασμένων, πολλές φορές, με την Γεωμετρία. Η ενότητα 8.1 έχει επίσης ικανό αριθμό αποδείξεων για τον ίδιο λόγο. Η Στατιστική, η Επιστήμη των Επιστημών, υπό την έννοια ότι συνεισφέρει σε όλους τους κλάδους των Επιστημών (ενώ τα Μαθηματικά θεμελιώνουν το υπόβαθρο ορισμένων επιστημών πχ Φυσική, ενώ με ορισμένες άλλες δεν έχουν σχέση πχ Κοινωνιολογία), έχει το δικό της θεωρητικό υπόβαθρο, άρρηκτα συνδεδεμένο με τα Μαθηματικά.

Τα Εφαρμοσμένα Μαθηματικά, άρα και η Εφαρμοσμένη Στατιστική, δέχθηκαν πλήθος πρακτικών προβλημάτων προς επίλυση, και ανέπτυξαν συγκεκριμένες μεθόδους για αυτά τα προβλήματα, άρα αναπτύσσεται αλληλο-τροφοδοτούμενη ταυτόχρονα η πράξη με την θεωρία. Έτσι ο αναγνώστης αντιλαμβάνεται την άμεση εφαρμογή των Μαθηματικών στην Στατιστική. Και προς αυτήν την κατεύθυνση εργασθήκαμε στο παρόν, πέρα από την Θεωρητική άποψη ότι όλα αποτελούν ΕΝΑ – κάτι που γίνεται ιδιαίτερα αισθητό στην εξέλιξη της Φυσικής.

Η εποχή της δυσχέρειας των πολύπλοκων μαθηματικών υπολογισμών έχει παρέλθει, αφού τώρα με τα ωραιότατα μαθηματικά πακέτα αυτοί απλοποιούνται ταχύτατα. Οι πολύπλοκοι στατιστικοί υπολογισμοί πραγματοποιούνται σε δευτερόλεπτα από φιλικά στον χρήστη πακέτα. Έτσι στόχος είναι κυρίως η ανάπτυξη και καλλιέργεια της Μαθηματικής σκέψης, ώστε να φανεί χρήσιμη, στην ολοκλήρωση του κύκλου γνώσεων του φοιτητή. Για το λόγο αυτό παρατίθεται στο τέλος ένα σύντομο Παράρτημα εφαρμογών του Mathematica. Επιλέξαμε να είναι στο παράρτημα για καθαρά εκπαιδευτικούς λόγους – πρώτα κατανοείς τις έννοιες και μετά τις συνδυάζεις κλπ

Στο παρόν συγκεντρώθηκε υλικό από διάφορες διδακτικές μου προσπάθειες και σημειώσεις στα Μαθηματικά, όλα αυτά τα χρόνια, από το University of New Brunswick (UNB) του Καναδά, το Πανεπιστήμιο της Πάτρας, την Ανωτέρα Σχολή Ναυπηγών του Πειραιά, το Οικονομικό Τμήμα του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας, το Glasgow University, μα κυρίως από το Τ.Ε.Ι. Αθήνας.

Δόθηκε έμφαση στις τεχνολογικές εφαρμογές και στον τρόπο αξιοποίησης των Μαθηματικών από μηχανικούς κυρίως, μα όχι μόνο από αυτούς. Επιλύθηκε πλήθος παραδειγμάτων (367 παραδείγματα και παρουσιάσθηκαν 114 σχήματα), ώστε να γίνει κατανοητή η αναπτυχθείσα θεωρία.

Το πλήθος αυτό των παραδειγμάτων ήταν μια διακαής επιθυμία του υπογράφοντος, αφού πολλοί, ακόμη και σήμερα, ανημέρωτοι από την διεθνή βιβλιογραφία, διαχωρίζουν την θεωρία και τα παραδείγματα, τα οποία παλαιότερες μέρες διδάσκονταν ως Φροντιστήρια – και ποτέ από το Καθηγητή. Με την ανάμνηση εκείνης της μαθησιακής εκτροπής : από την μια θεωρία - ο Καθηγητής, από την άλλη ασκήσεις - ο βοηθός, συγκεντρώσαμε το υλικό που πρέπει να γνωρίζει ένα νέος επιστήμονας υπό μία ενιαία σκέπη. Γιατί δεν κρίνουμε ότι η ύπαρξη μεμονωμένων τόμων, που αναφέρονται αποκλειστικά σε «Ασκήσεις», με «ρινίσματα» θεωρίας, συμβάλλουν στην πολύπαθη Ελληνική εκπαιδευτική διαδικασία και βοηθούν τον Φοιτητή – Αναγνώστη.

Περιορισθήκαμε, στον τόμο αυτό, σε οκτώ κεφάλαια, σε τρόπο ώστε κάθε ένα να προσφέρει μια ολοκληρωμένη μαθησιακή ενότητα.

Το Κεφάλαιο 1 εισάγει διάφορες μαθηματικές έννοιες, όπως δομές, γεωμετρικές έννοιες, γίνεται αναφορά στα σφαιρικά τρίγωνα, χρήσιμα σε ορισμένους κλάδους, και στην χρήση εξισώσεων στη Φυσική.

Στο Κεφάλαιο 2 αναπτύσσονται οι έννοιες της ακολουθίας και σειράς και επιτυγχάνεται μια πρώτη προσέγγιση σε θέματα σύνδεσης των Μαθηματικών με την Στατιστική.

Στο Κεφάλαιο 3 οι έννοιες της παραγώγου και του ολοκληρώματος αναπτύσσονται επισταμένα. Το Κεφάλαιο 8 έρχεται αρωγός στο Κεφάλαιο 3 όσο αφορά τις εφαρμογές στο ορισμένο ολοκλήρωμα και στα μέγιστα – ελάχιστα, και επεκτείνει το Κεφάλαιο 2 σε θέματα Στατιστικής. Στο Κεφάλαιο 8 αναφέρονται επί πλέον οι έννοιες εκείνες της Στατιστικής, που χρειάζονται ιδιαίτερη αντιμετώπιση

Το Κεφάλαιο 4 είναι αυτοδύναμο και εισαγάγει την έννοια των διαφορικών εξισώσεων. Πλήθος παραδειγμάτων και εφαρμογών, από διάφορες θεματικές ενότητες αντιμετωπίζονται πλήρως, ενώ τα περίτεχνα εκείνα θεωρήματα ύπαρξης λύσης επιμελώς δεν αναφέρονται.

Τα κεφάλαια 5, 6, 7 αποτελούν μία ενότητα, συνδέονται μεταξύ τους και αντιμετωπίζουν θέματα Γραμμικής Άλγεβρας. Ορισμένα θεωρήματα στα κεφάλαια αυτά αποδεικνύονται για να γίνει κατανοητή η νέα μεθοδολογία. Τα κεφάλαια αυτά χρησιμοποιούν και επεκτείνουν τις έννοιες του Κεφαλαίου 1. Το Κεφάλαιο 6 συνδέεται με το Κεφάλαιο 1, βάσει του Κεφαλαίου 5, στην ανάπτυξη γενικών γεωμετρικών εννοιών, και οι εφαρμογές επιλύονται στο Κεφάλαιο 7, που είναι αφιερωμένο μόνο σε εφαρμογές.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τους αγαπητούς φοιτητές του ΤΕΙ Αθήνας

κ.κ. Τζιοβίλη Στ., Ντέλλη Γ., Ζαχαριουδάκη Ν., Μάλλα Γ., Νικολακόπουλο Θ., Τουμπή Ν., Παπαθεοδώρου Δ., Κουτσοδάκη Αικ.

και ιδιαίτερα τους κ.κ Μπάζο Ι. , Μουτσόπουλο Π., Κυριακού, Γ. οι οποίοι προσέφεραν αγόγγυστα κάθε εργασία και προσπάθεια που τους ανατέθηκε , τα τελευταία τρία χρόνια (2005-2008) και την έφεραν επιτυχώς εις πέρας.

Τον Δρα Νίκο Ταβουλάρη, Επιστημονικό Συνεργάτη στο Γενικό Τμήμα Μαθηματικών και τον Αν. Καθηγητή κ. Χρήστο Κοΐλια του Τμήματος Πληροφορικής του ΤΕΙ Αθήνας,, θερμά ευχαριστώ που ανέγνωσαν προσεκτικά τα δοκίμια και προέβησαν σε εύστοχες παρατηρήσεις.

Η μακρόχρονη αυτή προσπάθεια ολοκλήρωσης του παρόντος, και της συγκέντρωσης του υλικού, δεν διασφαλίζει και το αλάθητο! Άλλωστε, η εμπειρία διδάσκει, ότι η πιθανότητα μη ύπαρξης λάθους είναι μηδέν!

Τυχόν λάθη ή παραλείψεις θα ληφθούν υπόψη στην επόμενη έκδοση και ευχαριστώ εκ των προτέρων όσους προβούν σε καλόπιστα σχόλια και μου τα γνωστοποιήσουν.

Ελπίζω, να καλύπτεται κάποιο κενό με την προσπάθεια αυτή, οπότε τελικά, να τύχει, και αυτή, της ευμενούς ανταπόκρισης, όπως οι προηγούμενες του υπογράφοντος.

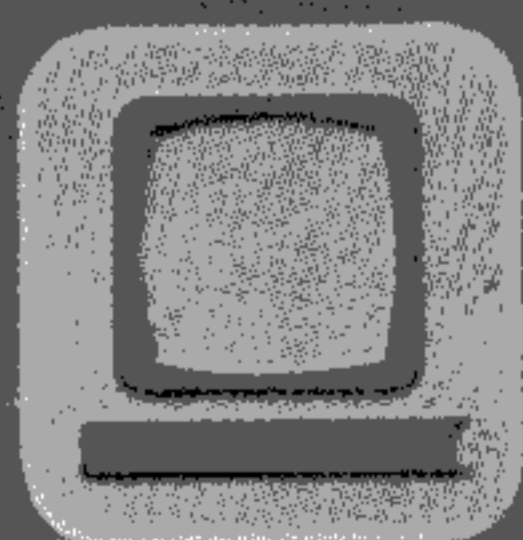
Χρήστος Παρ. Κίτσος

(Χριστούγεννα 2008)

Ο Καθηγητής Χρήστος Κίτσος, στην 25ετή επιστημονική δραστηριότητά του, έχει γράψει ήδη 6 βιβλία σε διάφορα θέματα Στατιστικής και Μαθηματικών στα ελληνικά. Είναι συνεκδότης σε 3 τόμους σε διάφορους εκδοτικούς οίκους του εξωτερικού και επί πλέον σε 3 e-proceedings, σε θέματα μοντελοποίησης, βιομηχανικής στατιστικής, κινδύνου καρκινογέννεσης κ.λπ.

Το βιβλίο αυτό καλύπτει θέματα τόσο Μαθηματικών όσο και Στατιστικής με αρμονικό τρόπο, και με ένα πλήθος παραδειγμάτων, ώστε ο αναγνώστης να αντιληφθεί τις ομοιότητες και τις διαφορές των δύο αυτών κλάδων της Μαθηματικής Επιστήμης, είτε σε Εφαρμοσμένο είτε σε Θεωρητικό επίπεδο.

Τα πλήρως λυμένα παραδείγματα, από πεδία όπως οι διαφορικές εξισώσεις, η γραμμική άλγεβρα, τα εφαρμοσμένα μαθηματικά, η στατιστική, οδηγούν τον αναγνώστη στην εξοικείωση με ότι καλείται *Μαθηματικός τρόπος σκέψης*, ώστε να αντιμετωπίσει και να αντιληφθεί ευχερώς οποιοδήποτε άλλο τεχνολογικό επιστημονικό πεδίο και να εμβαθύνει σε αυτό.



ΕΚΔΟΣΕΙΣ
ΝΕΩΝ
ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΩΝ



9789606759338