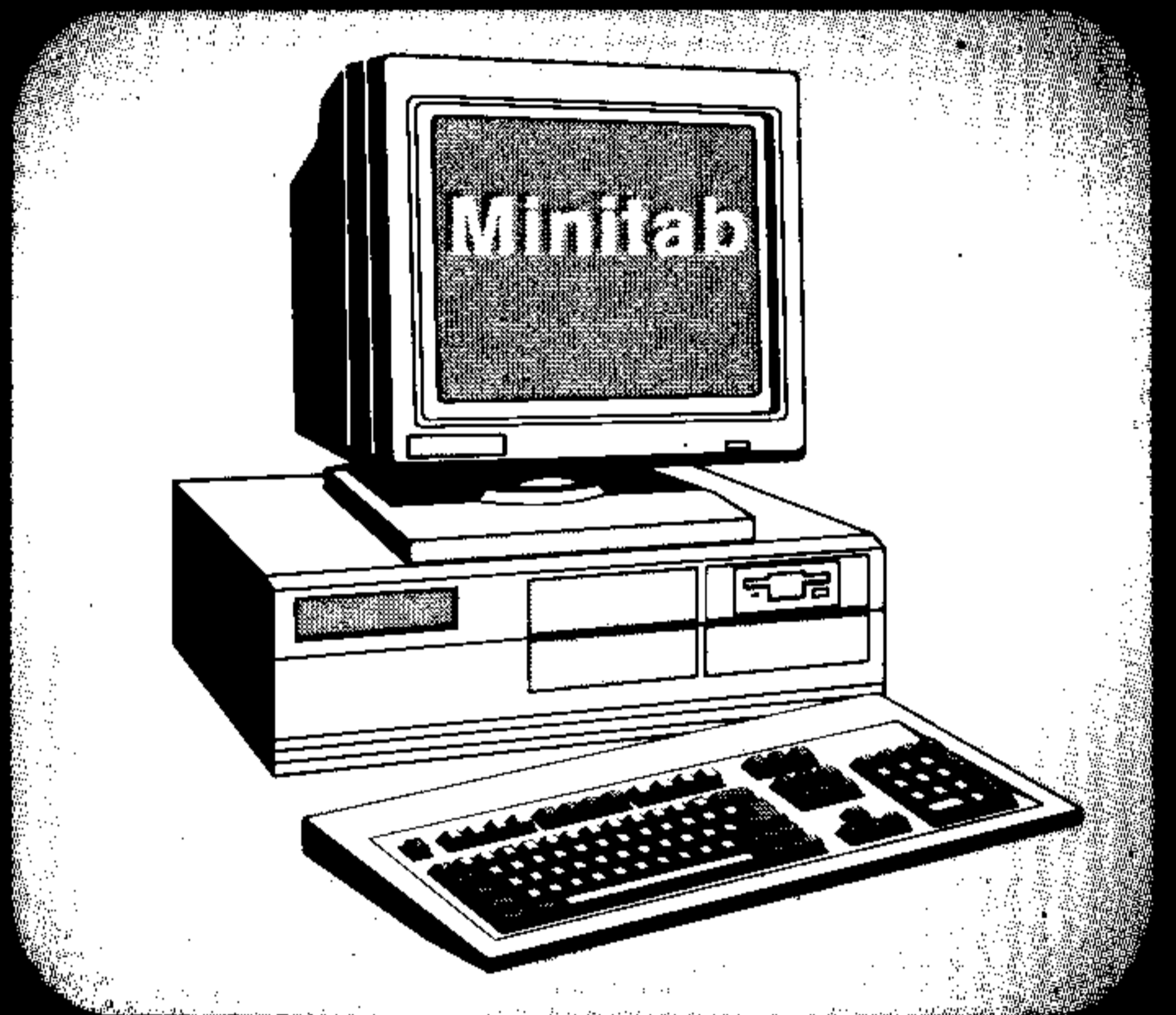
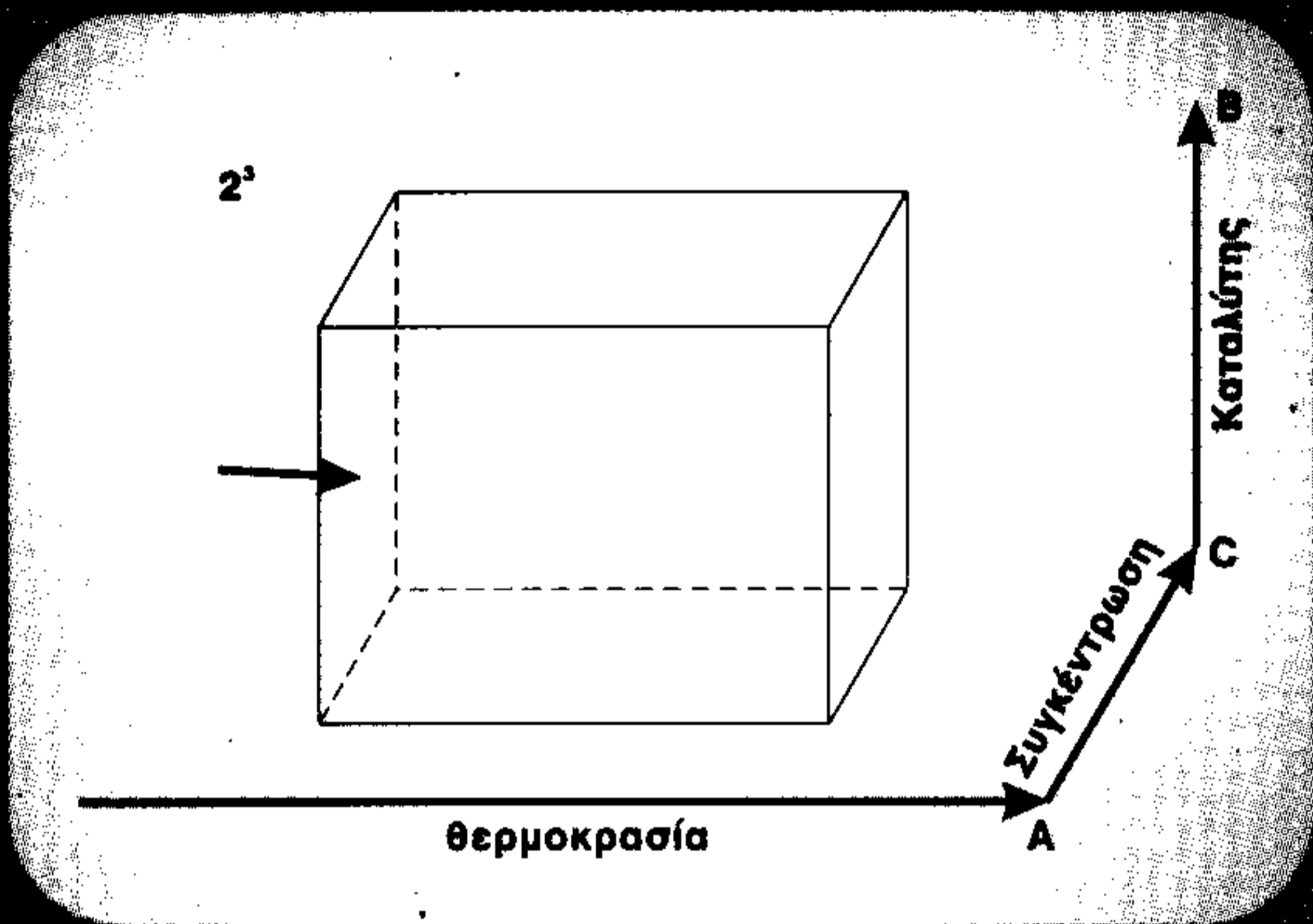
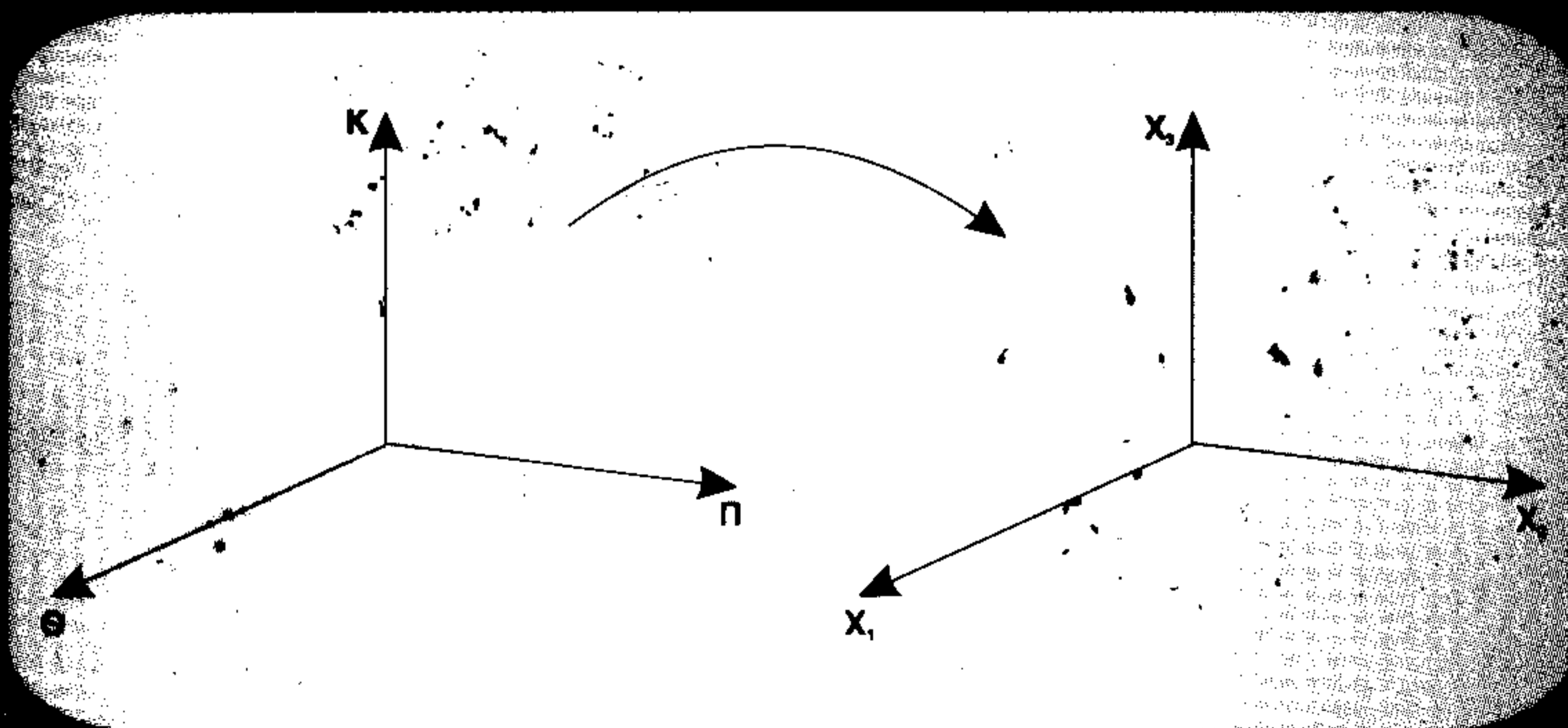


# ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΩΝ ΣΧΕΔΙΑΣΜΩΝ



abc	ab	abc
a	ac	ac
b	bc	b
c	1	(1)

Anova C1 = ABC A\*B A\*C  
Anova C1 = A|B|C



**Στατιστική Ανάλυση  
Πειραματικών Σχεδιασμών**

001.434

517

Τ.Ε.Ι. ΑΘΗΝΑΣ  
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ  
Αρ. Εισ. 57662

# Στατιστική Ανάλυση Πειραματικών Σχεδιασμών

Χρήστος Παρ. Κίτσος, Ph.D.  
Επίκουρος Καθηγητής Στατιστικής  
Οικονομικό Πανεπιστήμιο Αθηνών

Το βιβλίο αυτό εκδόθηκε με τη συγχρηματοδότηση του Ε.Π.Ε.Α.Ε.Κ. (Π.Σ.Ε.Π.Ο. 75% και 25% από εθνικούς μας πόρους).

Αθήνα 1994

Κάθε γνήσιο αντίγραφο έχει την υπογραφή του συγγραφέα

Εκδοση 1η, Copyright 1993

ISBN:



**ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΝΕΩΝ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΩΝ**

**Στουρνάρη 49Α, 106 82, Αθήνα**

**Τηλ. 3645594**

**Καλλιτεχνική επιμέλεια, Σχεδίαση εξωφύλλου,  
Ηλεκτρονική σελιδοποίηση, Δημιουργία σχημάτων**

**Laser DTP Services, τηλ. 5221949**

Απαγορεύεται η με οποιονδήποτε τρόπο ανατύπωση, καταχώρηση σε σύστημα αποθήκευσης και επανάκτησης ή μετάδοση με κάθε μορφή και μέσο (ηλεκτρονικό, μηχανικό, φωτοαντιγραφικό κ.λπ.) του συνόλου ή μέρους του βιβλίου αυτού, χωρίς την έγγραφη άδεια του συγγραφέα.

**Είτε με τις αρχαιότητες  
είτε με ορθοδοξία  
των Ελλήνων οι κοινότητες  
φτιάχνουν άλλο γαλαξία**

**Δ. Σαββόπουλος**

## ΠΡΟΛΟΓΟΣ

**Και τα γράμματα που ο Κάδμος χάρισε στον τόπο τούτο  
τάδινε για στοχαστείτε, σε ανθρώπους σκλαβωμένους;**

**Τ. Γ. Μπάυρον: Δον Ζουάν (3<sup>ο</sup> Κάντο)**

Σε πολλές περιπτώσεις ικανοί χρήστες της Στατιστικής (γεωπόνοι, βιολόγοι, χημικοί, κτλ.) καταφεύγουν σε εμπειρικές πρακτικές πραγματοποίησης ενός πειράματος, χρησιμοποιώντας το χώρο που κατά κόρο εκτιμούν: το εργαστήριο. Είναι δύσκολο λοιπόν να επικοινωνήσουν με τον Στατιστικό που πολλές φορές αναφέρεται στο σχεδιασμό πειράματος, χωρίς να έχει δει εργαστήριο!

Το παρόν προσπαθεί να γεφυρώσει αυτό το χάσμα με πολλά παραδείγματα και εφαρμογές παραθέτοντας και αναπτύσσοντας την αντίστοιχη θεωρητική κάλυψη. Και πράγματι, ο κατ'εξοχήν αυτός κλάδος της Στατιστικής, ο Πειραματικός Σχεδιασμός, απαιτεί τελικά υψηλή γνώση θεμάτων θεωρίας, αφού είναι ο πολυσχιδέστερος κλάδος της Στατιστικής και άπτεται θεμάτων Γεωμετρίας, Αριθμητικής Ανάλυσης, Θεωρίας Αριθμών, Ανάλυσης, κτλ. Εδώ αναπτύσσεται τελικά το "τί" μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε συνδυασμό με το "πώς" παρέχοντας την κάλυψη του "γιατί". Το βιβλίο αυτό είναι αποτέλεσμα τετραετούς διδασκαλίας του μαθήματος στους φοιτητές του Τμήματος Στατιστικής του Οικονομικού Πανεπιστημίου Αθηνών.

Θερμά ευχαριστώ την κ. Άννα Αργυροπούλου και τον κ. Χρήστο Πίγκα από την εταιρεία Laser DTP Services, για τη σελιδοποίηση του κειμένου, τη δημιουργία των σχημάτων και τη φιλοτέχνηση του εξωφύλλου. Τους φοιτητές του Οικονομικού Πανεπιστημίου Αθηνών, κ. Νίκο Παξιμαδάκη και κ. Στέφανο Γιακουμάτο θερμά ευχαριστώ, που ανέγνωσαν τα δοκίμια. Προέβησαν και οι δύο σε εύστοχες παρατηρήσεις. Ιδιαίτερες ευχαριστίες απευθύνω στον φοιτητή Στατιστικής κ. Φώτη Σταυρόπουλο που επιμελήθηκε μετά της δεούσης προσοχής και ειλικρινούς ενδιαφέροντος τα δοκίμια.

**Χ.Π.Κ.**

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

	Σελ.
Εισαγωγή .....	11
<b>0.</b> ΑΝΑΔΡΟΜΗ.....	15
<b>1.</b> ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ.....	19
<b>2.</b> ΠΕΙΡΑΜΑΤΑ ΚΑΤΑ ΕΝΑ ΠΑΡΑΓΟΝΤΑ .....	49
<b>3.</b> ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΚΑΤΑ ΤΕΤΡΑΓΩΝΑ.....	75
<b>4.</b> ΛΑΤΙΝΙΚΑ ΤΕΤΡΑΓΩΝΑ.....	97
<b>5.</b> ΔΕΣΜΟΙ .....	113
<b>6.</b> 2 <sup>η</sup> ΠΑΡΑΓΟΝΤΙΚΑ ΠΕΙΡΑΜΑΤΑ.....	129
<b>7.</b> 3 <sup>η</sup> ΠΑΡΑΓΟΝΤΙΚΑ ΠΕΙΡΑΜΑΤΑ.....	155
<b>8.</b> ΑΛΛΑΓΗ ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗΣ .....	165
<b>9.</b> ΒΕΛΤΙΣΤΟΣ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ.....	177
<b>10.</b> ΑΛΛΟΙ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΙ .....	189
— Επίλογος .....	209
— Παράρτημα.....	211
— Βιβλιογραφία .....	217
— Περιεχόμενα .....	223



## ΕΙΣΑΓΩΓΗ

*Επλήγην ωσεί χόρτος και  
εξηράνθη η καρδία μου, ότι  
επελαθόμην του φαγείν τον  
άρτον μου.*

**Ψαλμοί, 101, 5**

Κατεβλήθη ιδιαίτερη προσπάθεια ώστε και το βιβλίο αυτό, όπως και τα "Εισαγωγή στην Εφαρμοσμένη Στατιστική" (1991) και "Θέματα Εφαρμοσμένης Στατιστικής" (1992), να καλύψει θέματα εφαρμογών της Στατιστικής συνυφασμένα τελικά και με τον Η/Υ. Μόνο που ο ενδιαφερόμενος Στατιστικός δεν είναι δυνατόν να είναι μόνο χρήστης. Πρέπει να κατέχει και το ανάλογο θεωρητικό υπόβαθρο. Ωστε να παντρεύεται τελικά από τη μια η θεωρία και από την άλλη η μεθοδολογία επίλυσης. Γιατί με τα σύγχρονα υπολογιστικά πακέτα τα αποτελέσματα που μπορούν να παρουσιασθούν είναι εύκολο να είναι πολλά και είναι τελικά, στις μέρες μας, πολύ φθηνά. Ας θυμηθούμε τις πρώτες φωτογραφίες του σκαπανέα του πειραματικού σχεδιασμού, του Fisher: σκυμμένος σε μια αριθμομηχανή της εποχής.

Έτσι ο σύγχρονος Στατιστικός δεν δυστροπεί στους πολύπλοκους τύπους, γιατί εύκολα μπορεί να τους χρησιμοποιήσει. Και πρέπει να κατανοήσει ότι η επικοινωνία με τους άλλους κλάδους επιστημών είναι όχι μόνο επιβεβλημένη και απαραίτητη: καλό θα είναι να κατανοεί, τον Γεωπόνο, τον Χημικό, τον Βιολόγο, τον Γιατρό, κτλ. Μόνο έτσι θα μπορέσει να "δει" το πρόβλημα καλύτερα και να επιλέξει την ορθή μεθοδολογία για την επίλυση του.



Το βιβλίο αυτό απευθύνεται κυρίως στους

- Στατιστικούς

και στους

- Γεωπόνους
- Χημικούς, Βιολόγους, Γιατρούς, κτλ.

Κάθε κεφάλαιο είναι εμπλουτισμένο με ασκήσεις που αναπτύσσονται σε δύο επίπεδα:

- Ασκήσεις (σύνολο 77)
- Συμπληρώσεις - Ασκήσεις (σύνολο 64)

καθώς και με ένα τουλάχιστον

- Παράρτημα

καθώς επίσης περιέχει και

- Αγγλική Ορολογία.

Η διάρθρωση αυτή βοηθά τον αναγνώστη αφενός να έχει μια συνεχή επαφή με την κύρια ροή της αναπτυσσόμενης ύλης και ότι συμπληρωματικά θα τον βοηθούσε (παράρτημα) και αφετέρου να εξασκείται με τις ασκήσεις. Για την εξάσκηση του αναγνώστη λύνονται πλήρως ορισμένα παραδείγματα. Το βιβλίο αυτό περιέχει

- 53 λυμένα παραδείγματα
- 13 σχήματα
- 11 προγράμματα MINITAB.

Εμφαση δόθηκε στο πακέτο MINITAB, που ο αναγνώστης μπορεί να βρει και στα δύο προηγούμενα βιβλία. Έχει αποδειχθεί ότι το πακέτο αυτό είναι το πλέον εύχρηστο για εισαγωγικό επίπεδο επικοινωνίας του χρήστη με τον Η/Υ. Παρουσιάζει βέβαια κάποια προβλήματα σε μεγάλο όγκο δεδομένων (γύρω στα 10000 records), μα και ο πειραματικός σχεδιασμός πολύ δύσκολα χρησιμοποιεί "πολλά" δεδομένα. Γι' αυτό χρειάζεται ο "σχεδιασμός" για να αξιοποιηθούν κατά το δυνατόν καλύτερα τα συλλεγόμενα κατά το "πείραμα" δεδομένα. Για να διευκολυνθεί στην περαιτέρω μελέτη του ο ενδιαφερόμενος ανα-

γνώστης, κάθε κεφάλαιο περιέχει Αγγλική Ορολογία, ώστε αν θελήσει να επεκταθεί στη διεθνή βιβλιογραφία να κατέχει τη βασική ορολογία. Αλλωστε στον καιρό μας καθίσταται ολοένα και πιο φανερό ότι η γλώσσα και της επιστήμης είναι η Αγγλική. Η Βρετανία είναι άλλωστε η χώρα όπου εμφανίσθηκε ο πειραματικός σχεδιασμός, χάρη στον σκαπανέα της Στατιστικής, τον Fisher.

Ετσι οι βασικές αρχές δόμησης, που ακολουθήθηκαν στα προηγούμενα βιβλία μας, ακολουθούνται και εδώ. Πιστεύεται ότι αυτό βοηθά τον αναγνώστη στην κατανόηση των θεμάτων της Στατιστικής. Της Στατιστικής που τροφοδοτήθηκε από άλλους κλάδους (πχ. Γεωπονία, Χημεία, κτλ.) στην ανάπτυξη του πειραματικού σχεδιασμού και που χρησιμοποιεί τώρα το σχεδιασμό πειραμάτων σε όλες τις εφαρμογές (βιομηχανία, ποιοτικό έλεγχο, κτλ.).

Σε πολλές περιπτώσεις ο Στατιστικός αντιμετωπίζει δυσκολίες και επιθετική διάθεση επειδή θέλει να πραγματοποιήσει το έργο του (και να απολαύσει τον άρτον του!) - διαπιστώνοντας ότι άλλοι το πραγματοποιούν γι' αυτόν! Γιατί πλείστοι όσοι χρήστες οικειοποιούνται θέματα Στατιστικής. Μόνο που πρέπει να καταστεί σαφές ότι άλλο χρήστης ικανός και άλλο γνώστης. Και το παρόν προσπαθεί να δώσει στον αναγνώστη τη γνώση και την εξοικείωση με την πράξη, στον πιο θεωρητικό και ταυτόχρονα πιο εφαρμόσιμο κλάδο της Εφαρμοσμένης Στατιστικής.

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

	Σελ.
Πρόλογος .....	7
Περιεχόμενα .....	9
Εισαγωγή.....	11
<b>0.</b> Αναδρομή .....	15
<b>1<sup>ο</sup></b> Βασικές έννοιες.....	<b>19</b>
<b>1.1</b> Εισαγωγή.....	19
<b>1.2</b> Ανάλυση διακύμανσης (ένας παράγοντας).....	20
<b>1.3</b> Το γενικό γραμμικό μοντέλο .....	30
<b>1.4</b> Αναφορά στην κατανομή σφαλμάτων .....	37
<b>1.5</b> Σημειακή εκτίμηση .....	38
<b>1<sup>ο</sup></b> Ασκήσεις .....	41
<b>1<sup>ο</sup></b> Συμπληρώσεις - Ασκήσεις .....	42
<b>1<sup>ο</sup></b> Αγγλική ορολογία .....	43
<b>1<sup>ο</sup></b> ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ.....	44
I. Ανάλυση παλινδρόμησης με το MINITAB.....	44
II. Χρήσιμες υποεντολές .....	46

<b>2<sup>ο</sup></b>	<b>Πειράματα κατά ένα παράγοντα</b> .....	<b>49</b>
2.1	Εισαγωγή .....	49
2.2	Το μοντέλο .....	49
2.3	Επίλυση με ανάλυση παλινδρόμησης .....	57
2.4	Πολλαπλές συγκρίσεις .....	59
2.4.1	Διάστημα εμπιστοσύνης για δύο μέσους .....	60
2.4.2	Μέθοδος Tukey .....	60
2.4.3	Κριτήριο του Duncan .....	61
2.5	Τυχαία επιλογή επιπέδων δοκιμασίας .....	63
2 <sup>ο</sup>	<b>Ασκήσεις</b> .....	66
2 <sup>ο</sup>	<b>Συμπληρώσεις - Ασκήσεις</b> .....	67
2 <sup>ο</sup>	<b>Αγγλική ορολογία</b> .....	68
2 <sup>ο</sup>	<b>ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ</b> .....	69
I.	Ανάλυση διακύμανσης κατά ένα παράγοντα στο MINITAB .....	69
II.	Απόδειξη του (2.4.3) .....	70
III.	Εύρεση των κανονικών εξισώσεων .....	73
IV.	Μη γραμμικός πειραματικός σχεδιασμός .....	74
<b>3<sup>ο</sup></b>	<b>Σχεδιασμός κατά τετράγωνα</b> .....	<b>75</b>
3.1	Εισαγωγή .....	75
3.2	Το μοντέλο .....	76
3.3	Επίλυση με ανάλυση παλινδρόμησης .....	82
3.4	Ελλείπουσα τιμή .....	84
3.5	Εφαρμογή στη γεωπονία .....	86
3 <sup>ο</sup>	<b>Ασκήσεις</b> .....	88
3 <sup>ο</sup>	<b>Συμπληρώσεις - Ασκήσεις</b> .....	88
3 <sup>ο</sup>	<b>Αγγλική ορολογία</b> .....	89

<b>3° ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ</b> .....	90
I. Ανάλυση διακύμανσης κατά δύο παράγοντες στο MINITAB.....	90
II. Ορθογώνιες σχέσεις .....	93
III. Διαδικασία ορθογώνιας ανάλυσης.....	95
IV. Ακολουθιακή αντιμετώπιση πειράματος.....	96
<b>4° Λατινικά τετράγωνα</b> .....	<b>97</b>
<b>4.1</b> Εισαγωγή .....	97
<b>4.2</b> Το μοντέλο .....	98
<b>4.3</b> Ελληνο-λατινικά τετράγωνα .....	105
<b>4.4</b> Ελλειπή λατινικά τετράγωνα.....	105
<b>4.5</b> Ελλείπουσα τιμή λατινικών τετραγώνων .....	106
<b>4° Ασκήσεις</b> .....	109
<b>4° Συμπληρώσεις - Ασκήσεις</b> .....	110
<b>4° Αγγλική ορολογία</b> .....	110
<b>4° ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ</b> .....	111
I. Η εντολή ANCOVA του MINITAB.....	111
II. Πίνακας λατινικών τετραγώνων.....	111
III. Πίνακας ανάλυσης διασποράς του (4.2.1).....	112
<b>5° Δεσμοί</b> .....	<b>113</b>
<b>5.1</b> Εισαγωγή .....	113
<b>5.2</b> Βασική θεώρηση.....	114
<b>5.3</b> Έλεγχος των μέσων .....	118
<b>5.4</b> Ορθογώνια πολυώνυμα .....	120
<b>5° Ασκήσεις</b> .....	123
<b>5° Συμπληρώσεις - Ασκήσεις</b> .....	124



5° Αγγλική ορολογία .....	124
5° ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ.....	125
I. Στοιχεία γραμμικών μετασχηματισμών .....	125
II. Στοιχεία Ευκλείδειων διανυσματικών χώρων .....	126
III. Δίτιμες αποκρίσεις .....	128
<b>6° 2<sup>n</sup> παραγοντικά πειράματα .....</b>	<b>129</b>
6.1 Εισαγωγή .....	129
6.2 2 <sup>2</sup> παραγοντικό πείραμα.....	130
6.3 2 <sup>3</sup> παραγοντικό πείραμα.....	133
6.4 2 <sup>n</sup> παραγοντικό πείραμα.....	138
6.5 Συσκοτισμένα πειράματα.....	139
6.6 Ποσοστιαία παραγοντικά πειράματα .....	141
6.7 Συσκοτισμένα και ποσοστιαία παραγοντικά πειράματα.....	144
6.8 Η μέθοδος του Kempthorne .....	146
6.9 Σχόλια .....	149
6° Ασκήσεις .....	149
6° Συμπληρώσεις - Ασκήσεις.....	150
6° Αγγλική ορολογία .....	151
6° ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ .....	152
I. Η εντολή ANOVA του MINITAB .....	152
<b>7° 3<sup>n</sup> και p<sup>n</sup> παραγοντικά πειράματα.....</b>	<b>155</b>
7.1 Εισαγωγή .....	155
7.2 3 <sup>2</sup> παραγοντικά πειράματα .....	156
7.3 Το γενικό πρόβλημα p <sup>n</sup> .....	158
7.4 Σχόλια .....	160
7° Ασκήσεις .....	160



7° Συμπληρώσεις - Ασκήσεις .....	161
7° Αγγλική ορολογία.....	161
7° ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ.....	162
I. Στοιχεία από τη θεωρία αριθμών .....	162
<b>8° Αλλαγή κωδικοποίησης .....</b>	<b>165</b>
8.1 Εισαγωγή .....	165
8.2 Μέθοδος.....	165
8.3 Σύνδεση στο σύστημα κωδικοποίησης.....	172
8° Ασκήσεις.....	175
8° Συμπληρώσεις - Ασκήσεις.....	175
8° Αγγλική ορολογία.....	176
8° ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ.....	176
I. Αλλαγή βάσης διανυσματικού χώρου.....	176
<b>9° Βέλτιστος πειραματικός σχεδιασμός .....</b>	<b>177</b>
9.1 Εισαγωγή .....	177
9.2 Κριτήρια βελτιστοποίησης .....	178
9.3 Παραδείγματα .....	181
9.4 Συνεισφορά της Αριθμητικής Ανάλυσης.....	183
9.5 Συνεισφορά της Γεωμετρίας.....	185
9.6 Ποιοτικές και ποσοτικές μεταβλητές .....	186
9° Ασκήσεις.....	187
9° Συμπληρώσεις - Ασκήσεις.....	187
9° Αγγλική ορολογία.....	188
9° ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ.....	188
I. Η εντολή EIGEN του MINITAB .....	188

<b>10°</b>	<b>Άλλοι σχεδιασμοί.....</b>	<b>189</b>
10.1	Εισαγωγή.....	189
10.2	Αλυσσωτά πειράματα .....	189
10.3	Διασταυρούμενα πειράματα.....	191
10.4	Σχεδιασμοί χωριστού σχεδίου.....	192
10.5	Σχεδιασμοί ποιοτικού ελέγχου .....	195
10.6	Ακολουθιακοί σχεδιασμοί .....	197
10.7	Κλινικοί σχεδιασμοί .....	197
10.8	Πειραματισμοί επιφανείας απόκρισης .....	199
10.9	Εφαρμογές .....	200
	10.9.1 Γεωπονία.....	200
	10.9.2 Χημεία .....	201
	10.9.3 Βιολογία - Φαρμακολογία.....	201
	10.9.4 Ιατρική - Τοξικολογία.....	202
	10.9.5 Βιομηχανία.....	202
10.10	Σχόλια.....	203
	10° Ασκήσεις .....	203
	10° Συμπληρώσεις - Ασκήσεις .....	204
	10° Αγγλική ορολογία .....	205
	10° ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ.....	206
	I. Μεταβαλλόμενες συνιστώσες.....	206
	II. Ιεραρχικά αλυσσωτό πείραμα με τρεις παράγοντες .....	207
	<b>ΕΠΙΛΟΓΟΣ .....</b>	<b>209</b>
	<b>ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ.....</b>	<b>211</b>
	Χρήσιμοι Στατιστικοί Πίνακες.....	211
	<b>ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....</b>	<b>217</b>



Το βιβλίο αυτό περιέχει θέματα Σχεδιασμού και Ανάλυσης Πειραμάτων σε άμεσο συνδυασμό με την εφαρμογή. Γι' αυτό παρατίθενται:

**53** λυμένα παραδείγματα

**11** προγράμματα MINITAB

Το βιβλίο αυτό απευθύνεται κυρίως σ' αυτούς που επιδιώκουν τη γνώση της Εφαρμοσμένης Στατιστικής, όπως τα άλλα δύο του ίδιου συγγραφέα, και γι' αυτό θα φανεί χρήσιμο στους:

- Στατιστικούς
- Γεωπόνους, Χημικούς, Βιολόγους κ.λπ.
- Γιατρούς

Ο Στατιστικός και οι φιλομαθείς χρήστες θα βρουν ένα οδηγό χρήσιμο για όλες τις εφαρμογές που στηρίζονται στον πειραματικό σχεδιασμό και μια πλούσια παράθεση παραδειγμάτων, προγραμμάτων, σχημάτων και ασκήσεων για πληρέστερη εμπέδωση.

Ο συγγραφέας Χ. Π. Κίτσος, είναι Επίκουρος Καθηγητής στο Οικονομικό Πανεπιστήμιο Αθηνών.