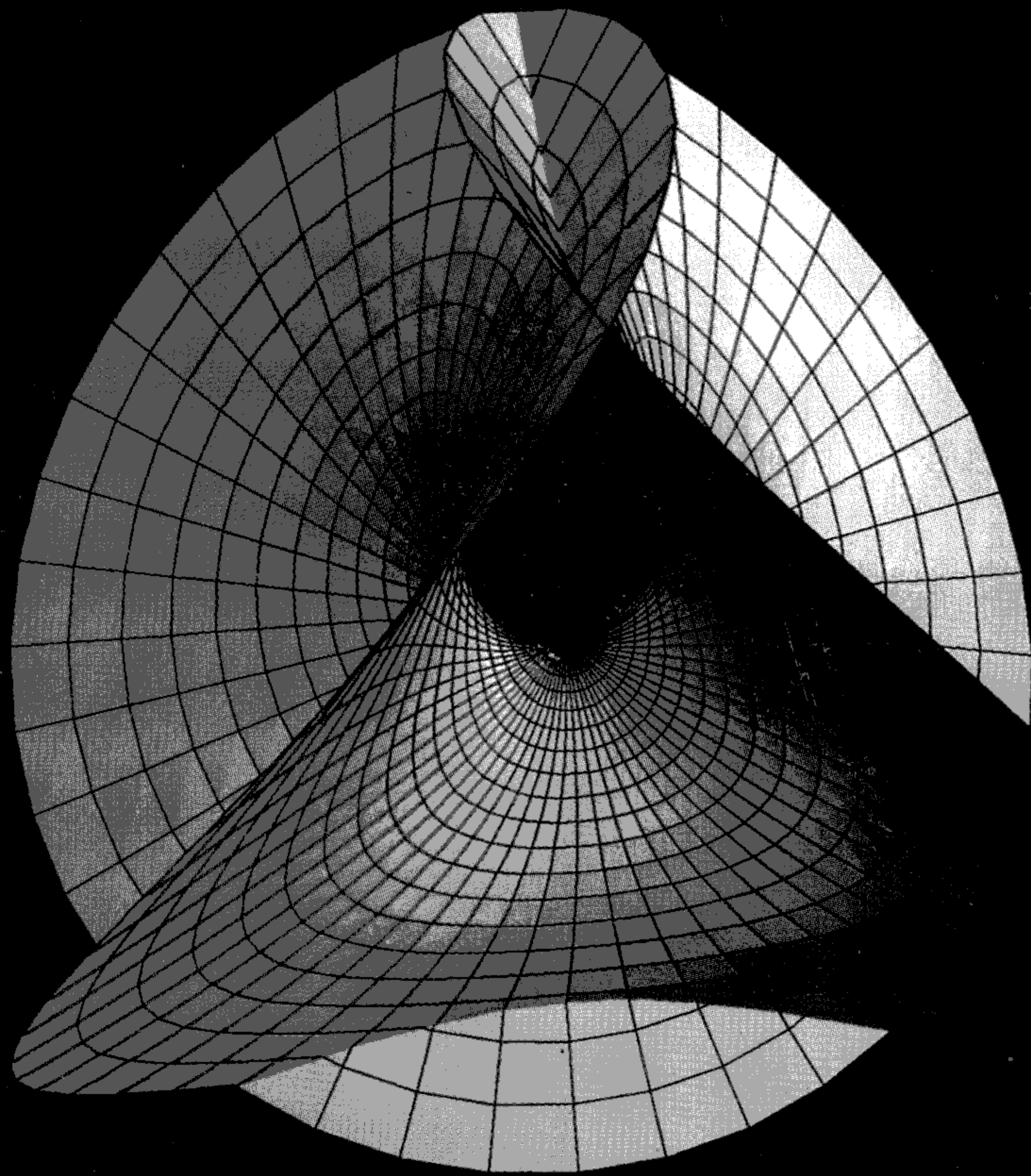


Α. Μπράτσος

ΕΦΗΡΜΟΣΜΕΝΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

μετασχηματισμός Laplace,
ανάλυση Fourier, διανυσματική ανάλυση,
γραμμική άλγεβρα, αριθμητική ανάλυση
με αλγορίθμους και λύσεις με το πρόγραμμα
MATHEMATICA



ΕΚΔΟΣΕΙΣ Α. ΣΤΑΜΟΥΛΗΣ
ΑΘΗΝΑ-ΠΕΙΡΑΙΑ

ΕΦΗΡΜΟΣΜΕΝΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

515.2
ΜΤΡ

Α. Μπράτσος

ΔΩΡΕΑ

Γ.Ε.Ι. ΑΘΗΝΑΣ
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ
Αρ. εισ. 80069

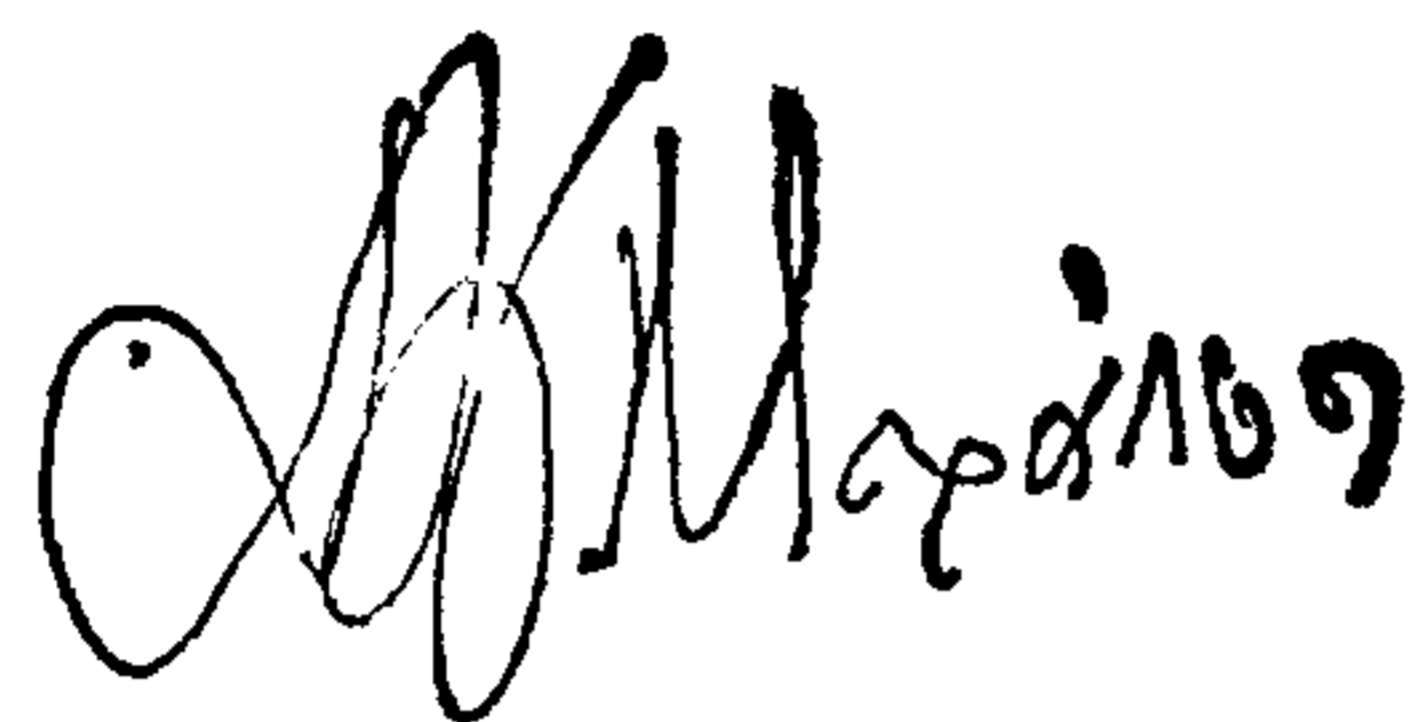
ΕΦΗΡΜΟΣΜΕΝΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

**μετασχηματισμός Laplace,
ανάλυση Fourier, διανυσματική ανάλυση,
γραμμική άλγεβρα, αριθμητική ανάλυση
με αλγορίθμους και λύσεις με το πρόγραμμα
MATHEMATICA**



**ΕΚΔΟΣΕΙΣ Α. ΣΤΑΜΟΥΛΗΣ
ΑΘΗΝΑ-ΠΕΙΡΑΙΑΣ**

Κάθε γνήσιο αντίτυπο φέρει την υπογραφή του συγγραφέα.

Handwritten signature in black ink, appearing to read 'Μ. Μαράκης'.

Απαγορεύεται η με οποιονδήποτε τρόπο ανατύπωση ή μετάφραση οποιουδήποτε μέρους του βιβλίου, χωρίς την έγγραφη άδεια του συγγραφέα και του εκδότη.

Copyright © 1996

ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΑΘΑΝ. ΣΤΑΜΟΥΛΗΣ

ΓΡΑΦΕΙΑ – ΧΟΝΔΡΙΚΗ ΠΩΛΗΣΗ:

ΑΘΗΝΑ: ΑΒΕΡΩΦ 2 Τ.Κ. 104 33 ΤΗΛ.: 5238305 (4 γραμμές) FAX: 5238959

ΒΙΒΛΙΟΠΩΛΕΙΟ:

ΑΘΗΝΑ: ΑΒΕΡΩΦ 2 Τ.Κ. 104 33 ΤΗΛ.: 5238305 (4 γραμμές) FAX: 5238959

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Το βιβλίο αυτό προορίζεται για τους φοιτητές της τριτοβάθμιας εκπαίδευσης. Περιέχει στοιχεία από πέντε βασικούς κλάδους των Μαθηματικών και συγκεκριμένα τους Μετασχηματισμούς Laplace, την Ανάλυση Fourier, τη Διανυσματική Ανάλυση, τη Γραμμική Αλγεβρα και την Αριθμητική Ανάλυση. Ειδικά για την Αριθμητική Ανάλυση έχει γίνει προσπάθεια να δοθούν με όσο το δυνατόν περισσότερο κατανοητό τρόπο όλες εκείνες οι έννοιες που σε πρώτο επίπεδο είναι απαραίτητες σε κάθε φοιτητή.

Από τον τίτλο του βιβλίου αλλά και από την ανάπτυξη της επί μέρους ύλης γίνεται άμεσα κατανοητή η δυνατότητα ευρείας χρήσης των θεωρημάτων και των ειδικών μεθόδων των Μαθηματικών στους παραπάνω βασικούς κλάδους. Ειδικότερα έχει καταβληθεί προσπάθεια ώστε το θεωρητικό μέρος του κάθε κεφαλαίου να έχει για κάθε περίπτωση την απαραίτητη ακριβολογία και πληρότητα. Τονίζεται ότι για να γίνουν περισσότερο κατανοητές οι μέθοδοι που αναφέρονται, θα πρέπει ο αναγνώστης παράλληλα με τη θεωρία και τις εφαρμογές που δίνονται στο βιβλίο αυτό, να κάνει χρήση των μεθόδων σε δικές του εφαρμογές ή με τη βοήθεια προγραμμάτων όπως το MATHEMATICA, IMSL κλπ ή δικών του προγραμμάτων με τη βοήθεια H.Y.

Για την επίτευξη του παραπάνω σκοπού στην κάθε μέθοδο έχει γραφεί και ο αντίστοιχος αλγόριθμος λύσης. Επίσης υπάρχουν λύσεις προβλημάτων με το πρόγραμμα MATHEMATICA, οι οποίες εύκολα είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθούν και για τη λύση άλλων παρόμοιων. Ο τρόπος αυτός αντιμετώπισης των Μαθηματικών είναι πρωτοποριακός και θέλω να πιστεύω ότι θα αποτελέσει μία καλή αρχή για μία άλλη πιο σύγχρονη και περισσότερο κατανοητή αντιμετώπιση των μαθηματικών προβλημάτων.

Στο σημείο αυτό θέλω να εκφράσω τις θερμές μου ευχαριστίες σε όλους όσους συνετέλεσαν στην συγγραφή του βιβλίου αυτού.

Ιούνιος 1994

Α. Μπράτσος

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ LAPLACE	17
1.1 Ορισμός και ιδιότητες	17
1.2 Ιδιότητες του μετασχηματισμού	20
1.3 Μετασχηματισμός περιοδικών συναρτήσεων	28
1.4 Αντίστροφος μετασχηματισμός Laplace	31
Με αναφορά στους πίνακες	32
Με ανάλυση σε απλά κλάσματα	35
Συνέλιξη	39
1.5 Μοναδιαία συνάρτηση του Heaviside	41
Εφαρμογή	46
1.6 Συνάρτηση δέλτα του Dirac	47
1.7 Συνάρτηση γάμμα	51
1.8 Εφαρμογή στη λύση διαφορικών εξισώσεων	55
Γραμμική πρώτης τάξης	55
Εφαρμογές από τον ηλεκτρισμό	57
Φόρτιση πυκνωτή	57
Εκφόρτιση πυκνωτή	59
Κύκλωμα RL	59
Κύκλωμα RC	63
Γραμμική δευτέρας τάξης	65
Εφαρμογές από τη Μηχανική	68
Αμείωτη ελεύθερη αρμονική ταλάντωση	69
Ελεύθερη αρμονική ταλάντωση με απόσβεση	70
Εξαναγκασμένη ταλάντωση	73
Εφαρμογές από τον Ηλεκτρισμό	73
Ελεύθερη αρμονική ταλάντωση με απόσβεση	73
Εξαναγκασμένη ταλάντωση	76

Εφαρμογές της συνέλιξης	83
Λύση διαφορικών εξισώσεων	83
Λύση ολοκληρωτικών εξισώσεων	84
Γραμμική διαφορική εξίσωση n -τάξης	87
1.9 Λύση συστημάτων διαφορικών εξισώσεων	92
Εφαρμογές από τον Ηλεκτρισμό	94
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2	
ΣΕΙΡΕΣ ΚΑΙ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑ FOURIER	97
2.1 Σειρά Fourier	97
2.2 Γραμμικά φάσματα	105
Σειρά άρτιων και περιττών συναρτήσεων	109
2.3 Εκθετική μορφή της σειράς Fourier	114
2.4 Ολοκλήρωμα Fourier	118
2.5 Μετασχηματισμός Fourier	125
Ιδιότητες του μετασχηματισμού	128
2.6 Μετασχηματισμός ημιτόνου και συνημιτόνου	125
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3	
ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΟΣ ΔΙΑΦΟΡΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ	135
3.1 Βαθμωτά και διανυσματικά πεδία	135
Επιφάνειες και γραμμές στάθμης	137
3.2 Παράγωγος διανυσματικής συνάρτησης	138
3.3 Μερική παράγωγος διανυσματικής συνάρτησης	141
3.4 Εφαρμογές του διανυσματικού διαφορικού λογισμού	143
Καμπύλες	143
Η έννοια της ταχύτητας και της επιτάχυνσης	146

3.5 Παράγωγος κατά διεύθυνση	148
Κλίση βαθμωτού πεδίου	149
Συντηρούμενα διανυσματικά πεδία	151
Απόκλιση	154
Φυσική σημασία της απόκλισης	155
Τελεστής Laplace	158
Στροβιλισμός	160
Φυσική σημασία του στροβιλισμού	161
Αστρόβιλα διανυσματικά πεδία	162

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΕΠΙΚΑΜΠΥΛΙΑ ΚΑΙ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΑ

ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΑ	165
--------------------	-----

4.1 Γενίκευση της έννοιας του έργου	165
Μορφές επικαμπύλιου ολοκληρώματος	172
Ιδιότητες των επικαμπύλιων ολοκληρωμάτων	176
Σχέση επικαμπύλιου ολοκληρώματος και κλίσης	177
4.2 Παραμετρική παράσταση επιφάνειας	181
Θεμελιώδες διανυσματικό γινόμενο	183
4.3 Επιφανειακά ολοκληρώματα	185
Άλλες μορφές του επιφανειακού ολοκληρώματος	190
4.4 Εξισώσεις του Maxwell	200
Γενικές έννοιες	200
Εξίσωση συνέχειας	203
Πρώτη εξίσωση	205
Δεύτερη εξίσωση	204
Τρίτη εξίσωση	205
Τέταρτη εξίσωση	206
Εξίσωση του Poisson για ηλεκτροστατικό πεδίο	206
Λύση των εξισώσεων του Maxwell	207
Φυσική σημασία της λύσης	210

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

ΛΥΣΗ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ ΜΕ

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΥΣ 213

5.1 Γενικές έννοιες	213
5.2 Μέθοδος του μέσου σημείου	214
5.3 Μέθοδος των διαδοχικών προσεγγίσεων	219
5.4 Μέθοδος του Newton	227
5.5 Επιτάχυνση της σύγκλισης	241
5.6 Προσδιορισμός των ριζών πολυωνύμου	247
Σχήμα Horner	250
Μέθοδος Müller	258

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ265

6.1 Πίνακες	265
Γενικές έννοιες	265
Αλγεβρική δομή	268
Ορίζουσες	276
Αντίστροφος πίνακας	277
Κατηγορίες πινάκων	281
6.2 Norm διανυσμάτων και πινάκων	287
6.3 Ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα	292
Γενικοί ορισμοί	292
Βασικές ιδιότητες	297
Ιδιοτιμές πινάκων ειδικής μορφής	299
Βασικά θεωρήματα	301
Επαναληπτικές μέθοδοι υπολογισμού ιδιοτιμών	304
Μέθοδος των δυνάμεων	304
Μέθοδος των αντίστροφων δυνάμεων	306

	13
Μέθοδος του Householder	308
Μέθοδος του QR Αλγορίθμου	314
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7	
ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ	328
7.1 Μορφές πολυωνύμων	328
7.2 Πολυωνυμική παρεμβολή	331
7.3 Διαιρεμένες διαφορές	335
7.4 Τύποι διαιρεμένων διαφορών	344
7.5 Παρεμβολή σε αυξανόμενο αριθμό σημείων	352
7.6 Υπολογισμός του σφάλματος	355
7.7 Διακριτή προσέγγιση ελαχίστων τετραγώνων	361
7.8 Πολυωνυμική προσέγγιση ελαχίστων τετραγώνων	368
Μέθοδος των Gram-Schmidt	374
Προσέγγιση με τριγωνομετρικά πολυώνυμα	385
Fast Fourier μετασχηματισμός	387
7.9 Προσέγγιση με ρητές συναρτήσεις	398
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8	
ΛΥΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ	412
8.1 Γραμμικά συστήματα	412
Αμεσοι μέθοδοι	413
Μέθοδος Cramer	413
Μέθοδος απαλοιφής του Gauss χωρίς διάταξη	415
Μέθοδος απαλοιφής του Gauss με μερική διάταξη ..	419
Μέθοδος απαλοιφής του Gauss με ολική διάταξη ..	420
Μέθοδος της LU διαμέρισης	422

Επαναληπτικές μέθοδοι	427
Μέθοδος του Jacobi	428
Μέθοδος των Gauss-Seidel	431
Μέθοδος SOR	433
Γραμμικά συστήματα άλλης μορφής	436
8.2 Λύση μη γραμμικών συστημάτων	439
Μέθοδος των διαδοχικών προσεγγίσεων	441
Μέθοδος Newton	446
Μέθοδος Broyden	451
Μέθοδος μέγιστης κλίσης	456
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9	
ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΠΑΡΑΓΩΓΙΣΗ ΚΑΙ ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗ ...	463
9.1 Γενικές έννοιες	463
9.2 Αριθμητική παραγωγή	465
9.3 Αριθμητική ολοκλήρωση	469
Απλοί κανόνες	472
Κανόνας του ορθογωνίου	472
Κανόνας του τραπεζίου	473
Κανόνας του Simpson	473
Διορθωμένος κανόνας του τραπεζίου	475
Κανόνας των 3/8	477
Σύνθετοι κανόνες	477
Κανόνας του τραπεζίου	480
Κανόνας του Simpson	481
Κανόνας των 3/8	484
9.4 Προσαρμοσμένες μέθοδοι ολοκλήρωσης	488
9.5 Μέθοδος του Roberg	495
9.6 Κανόνες ολοκλήρωσης του Gauss	500
Υπολογισμός με πολυώνυμο του Legendre	503
Υπολογισμός γενικευμένων ολοκληρωμάτων	506

	15
Γενικευμένα ολοκληρώματα του β' είδους	507
Γενικευμένα ολοκληρώματα του α' είδους	513
Άλλοι τρόποι υπολογισμού γενικευμένων ολοκληρωμάτων	513
9.7 Πολλαπλά ολοκληρώματα	516

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 10

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΛΥΣΗ ΔΙΑΦΟΡΙΚΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ ... 529

10.1 Εισαγωγικές έννοιες	529
10.2 Μέθοδοι που βασίζονται στη σειρά Taylor	532
Συμβολισμοί	532
Μέθοδος του Euler	533
Μέθοδος του Taylor βαθμού n	538
10.3 Μέθοδοι των Runge-Kutta	540
Κλασικές μέθοδοι	543
10.4 Μέθοδοι πολλαπλού βήματος	552
Δημιουργία μεθόδων πολλαπλού βήματος	554
Σύγκλιση	564
Τάξη, συμβατότητα και σφάλμα αποκοπής	566
Μηδενική ευστάθεια	568
Ασθενής ευστάθεια	572
10.5 Συστήματα διαφορικών εξισώσεων πρώτης τάξης	579
10.6 Διαφορικές εξισώσεις ανωτέρας τάξης	585

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 11

ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΜΕ ΜΕΡΙΚΕΣ ΠΑΡΑΓΩΓΟΥΣ

11.1 Ταξινόμηση εξισώσεων δευτέρας τάξης	590
--	-----

11.2 Τύποι πεπερασμένων διαφορών	591
11.3 Παραβολικές εξισώσεις	597
Εξίσωση διάδοσης θερμότητας σε μία διάσταση	597
Εξίσωση διάδοσης θερμότητας σε δύο διαστάσεις	612
11.4 Μη γραμμικές παβολικές εξισώσεις	621
Εξίσωση διάχυσης-διαφυγής	623
Εξίσωση διάχυσης-μεταφοράς	626
 ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α	 629
 ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΑΠΟ ΤΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ	
ΜΑΤΗΜΑΤΙΚΑ	629
ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΤΟΛΕΣ	633
 ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β	 647
 ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΑ FORTRAN	 647
 ΞΕΝΟΓΛΩΣΣΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	 662
 ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	 664
 ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΕ ΕΠΙΛΕΓΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ	 665
 ΑΛΦΑΒΗΤΙΚΟ ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ	 670
 ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΞΕΝΩΝ ΟΝΟΜΑΤΩΝ	 678

