

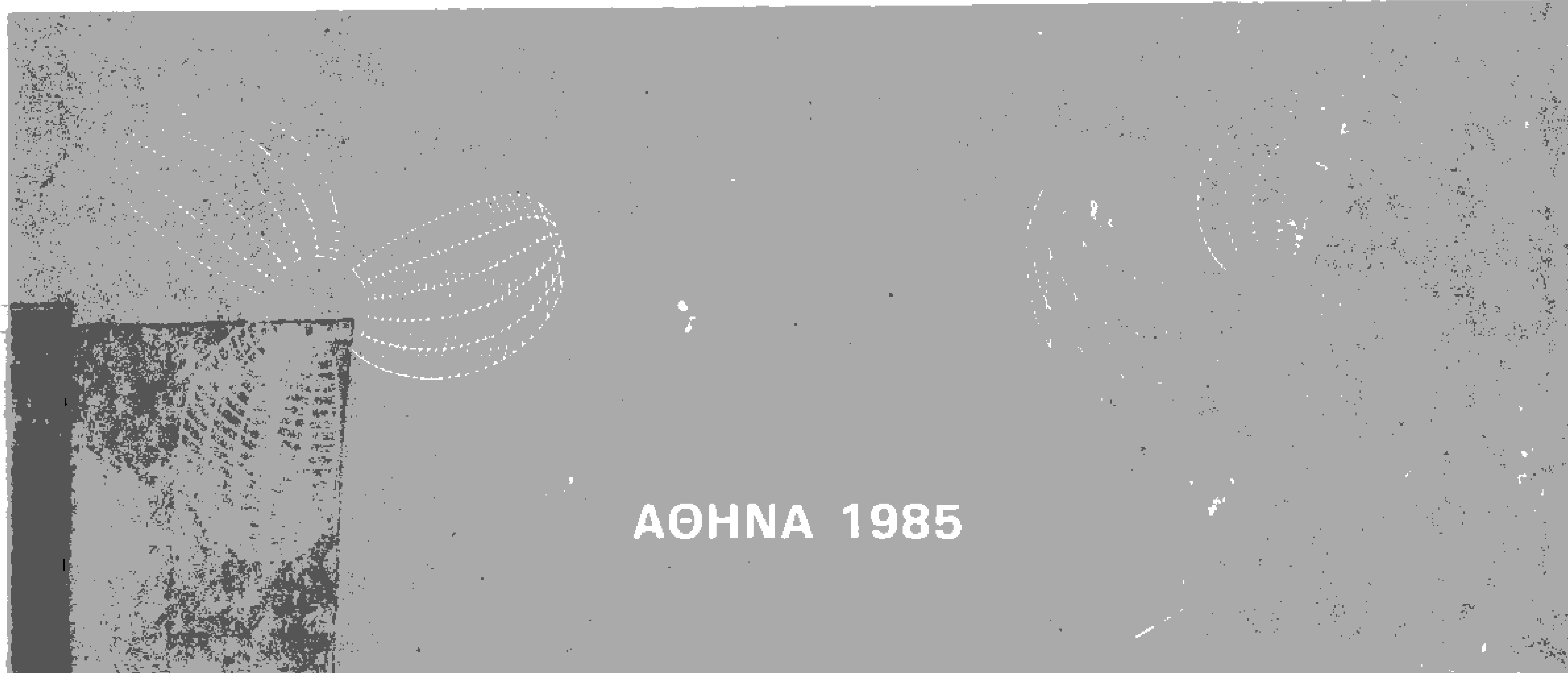
Γ.Κ. ΠΟΛΙΤΗ

Δρος ΝΑΥΠΗΓΟΥ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΟΥ
ΛΕΚΤΟΡΑ ΕΜΠ

Θ.Α. ΛΟΥΚΑΚΗ

Δρος ΝΑΥΠΗΓΟΥ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΟΥ
ΚΑΘΗΓΗΤΟΥ ΕΜΠ

**ΘΕΩΡΙΑ ΥΔΡΟΤΟΜΩΝ
ΠΤΕΡΥΓΙΩΝ ΚΑΙ ΕΛΙΚΩΝ**



ΑΘΗΝΑ 1985

532

ΠΟΑ

Γ.Κ. ΠΟΛΙΤΗ

Δρος ΝΑΥΠΗΓΟΥ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΟΥ
ΛΕΚΤΟΡΑ ΕΜΠ

Θ.Α. ΛΟΥΚΑΚΗ

Δρος ΝΑΥΠΗΓΟΥ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΟΥ
ΚΑΘΗΓΗΤΟΥ ΕΜΠ

ΤΕΧΝ. ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ
ΒΙΒΛΙΟΦΑΝΕΙΑ
αρ. εισ. 5854

ΘΕΩΡΙΑ ΥΔΡΟΤΟΜΩΝ ΠΤΕΡΥΓΙΩΝ ΚΑΙ ΕΛΙΚΩΝ

ΑΘΗΝΑ 1985

Alvord

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Αντικείμενο του παρόντος συγγράμματος είναι ο κλάδος της ρευστομηχανικής που ασχολείται με τη μελέτη της ροής του ρευστού γύρω από φέρουσες επιφάνειες. Τα κύρια γεωμετρικά χαρακτηριστικά που χαρακτηρίζουν μιά φέρουσα επιφάνεια είναι :

α) το "λεπτόγραμμο" της σε σχέση με τη ροή. Δηλαδή ότι η γεωμετρική διάσταση της φέρουσας επιφάνειας παράλληλα στη ροή είναι πολύ μεγαλύτερη από τη διάσταση κάθετα στη ροή.

β) η ύπαρξη ασυνέχειας στην γεωμετρία της φέρουσας επιφάνειας (οξύ χείλος εκφυγής).

Αποτέλεσμα των γεωμετρικών ιδιομορφιών της φέρουσας επιφάνειας είναι η ανάπτυξη σημαντικής δύναμης, κάθετα προς τη διεύθυνση της κίνησης, που ονομάζεται δύναμη άνωσης. Αντίθετα η συνολική δύναμη παράλληλα προς τη ροή, η δύναμη αντίστασης, είναι σημαντικά μικρότερη από τη δύναμη άνωσης.

Τυπικά παραδείγματα φερουσών επιφανειών είναι τα πτερύγια των αεροπλάνων και των ελικοπτέρων, τα πηδάλια των πλοίων, τα πανιά και οι τροπίδες των ιστιοφόρων και τέλος τα πτερύγια των ναυτικών ελίκων, που αποτελούν και το κύριο μέσο προώσεως των θαλάσσιων οχημάτων.

Σε κάθε φυσικό πρόβλημα ροής αντιστοιχεί ένα μαθηματικό μοντέλλο, με αρκετές απλοποιητικές παραδοχές, ώστε το μοντέλλο να είναι όσο το δυνατό πιο απλό. Συγχρόνως όμως οι απλοποιήσεις αυτές δεν πρέπει να υπερβαίνουν κάποιο όριο, όπου σημαντικοί φυσικοί χαρακτήρες της ροής να χάνονται. Όπως μπορεί να δειχθεί (κεφάλαιο 7 του συγγράμματος) για την ροή υγρού γύρω από φέρουσες επιφάνειες σε μεγάλους αριθμούς Reynolds, η παραδοχή ασυμπίεστου και μη συνεκτικού ρευστού, οδηγεί σε μαθηματικό μοντέλλο που ανταποκρίνεται με αρκετά καλή προσέγγιση στην πραγματική ροή, αφού διορθωθεί για τις επιδράσεις συνεκτικότητας μέσα στο λεπτό οριακό στρώμα. Συνεπώς, στο σύγγραμμα αυτό δίνεται ιδιαίτερη έμφαση στις ιδιότητες της ασυμπίεστης και μη συνεκτικής ροής, στροβιλής και αστρόβιλης.

Το σύγγραμμα είναι χωρισμένο σε πέντε μέρη ως ακολούθως :

- ΜΕΡΟΣ Α : ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΓΝΩΣΕΙΣ
ΜΕΡΟΣ Β : ΤΟ ΑΣΥΜΠΙΕΣΤΟ ΜΗ ΣΥΝΕΚΤΙΚΟ ΡΕΥΣΤΟ

ΜΕΡΟΣ Γ :	ΘΕΩΡΙΑ ΥΔΡΟΤΟΜΩΝ
ΜΕΡΟΣ Δ :	ΘΕΩΡΙΑ ΠΤΕΡΥΓΙΩΝ
ΜΕΡΟΣ Ε :	ΘΕΩΡΙΑ ΕΛΙΚΩΝ
ΜΕΡΟΣ ΣΤ :	ΡΟΕΣ ΜΕ ΣΠΗΛΑΙΩΣΗ

Από τα πέντε μέρη ο παρών τόμος περιέχει τα μέρη Α, Β και Γ, ενώ τα μέρη Δ, Ε και ΣΤ πρόκειται να συμπεριληφθούν σε επόμενο τόμο.

Το πρώτο μέρος εισάγει τον αναγνώστη στην τεχνική χρήση των καρτεσιανών τανυστών για τη γραφή φυσικών εξισώσεων με έμφαση στα εργαλεία που θα χρησιμοποιηθούν στην παραπέρα ανάπτυξη. Επίσης δίνονται στοιχεία από την μηχανική του συνεχούς μέσου και αναπτύσσονται οι βασικές εξισώσεις που διέπουν την ροή ρευστού.

Το δεύτερο μέρος ασχολείται με την θεωρία ασυμπίεστου μη συνεκτικού ρευστού στροβίλου ή αστροβίλου. Όπως ειπώθηκε ήδη, η θεωρία αυτή θα χρησιμοποιηθεί στη μελέτη της ροής γύρω από φέρουσες επιφάνειες.

Το τρίτο μέρος ασχολείται με τον υπολογισμό της ροής γύρω από υδροτομές. Η υδροτομή είναι το διδιάστατο ανάλογο της φέρουσας επιφάνειας και η μελέτη της προσφέρεται για να αποκτήσει ο αναγνώστης μία πρώτη ποιοτική και ποσοτική εικόνα των φαινομένων που σχετίζονται με την ροή γύρω από την φέρουσα επιφάνεια. Ένα άλλο ενδιαφέρον σημείο είναι ότι το πρόβλημα της ροής γύρω από υδροτομή επιδέχεται σε αρκετές περιπτώσεις αναλυτική λύση σε αντίθεση με το πρόβλημα ροής γύρω από φέρουσα επιφάνεια.

Το τέταρτο μέρος ασχολείται με την ροή γύρω από φέρουσα επιφάνεια, το πέμπτο μέρος με την ροή γύρω από ναυτικές έλικες και το έκτο με τις διφασικές ροές σπηλαίωσης, που παρουσιάζονται συχνά στο θαλάσσιο περιβάλλον.

Παρ'όλο που οι συγγραφείς έχουν καταβάλει κάθε προσπάθεια ώστε το βιβλίο να είναι αυτοδύναμο θεωρούν ότι ο αναγνώστης θα είναι καλό να έχει παρακολουθήσει ένα εισαγωγικό μάθημα μηχανικής των ρευστών. Επίσης απαραίτητη προαπαιτήση για την εύκολη ανάγνωση του βιβλίου είναι η καλή γνώση διαφορικού και ολοκληρωτικού λογισμού πολλών μεταβλητών και η θεωρία μιγαδικών συναρτήσεων.

Τέλος, οι συγγραφείς θα ήθελαν να ευχαριστήσουν τον τελειόφοιτο σπουδαστή του Τμήματος Ναυπηγών Μηχανολόγων κο Φώτη Καρπενησιώτη για τις εύστοχες παρατηρήσεις του, καθώς και για την συμβολή του στην διόρθωση του τελικού κειμένου του βιβλίου. Επίσης ευχαριστούν την δίδα Ρούλα Μαραγκουδάκη, για την συμβολή της στη δακτυλογράφηση του κειμένου.

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

ΠΡΟΛΟΓΟΣ	5
ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ	7
ΜΕΡΟΣ Α ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΓΝΩΣΕΙΣ.....	
1. ΑΠΑΡΑΙΤΗΤΕΣ ΓΝΩΣΕΙΣ ΑΠΟ ΤΗΝ ΘΕΩΡΙΑ ΤΑΝΥΣΤΙΚΩΝ ΠΕΔΙΩΝ .	13
1.1. ΣΥΜΒΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΔΕΙΚΤΕΣ	13
1.2. ΟΡΙΣΜΟΣ ΚΑΡΤΕΣΙΑΝΩΝ ΤΑΝΥΣΤΩΝ	15
1.3. ΑΛΓΕΒΡΑ ΚΑΡΤΕΣΙΑΝΩΝ ΤΑΝΥΣΤΩΝ	17
1.4. Ο ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ ΠΗΛΙΚΟΥ	19
1.5. Ο ΜΟΝΑΔΙΑΙΟΣ ΚΑΙ Ο ΕΝΑΛΑΣΣΟΜΕΝΟΣ ΤΑΝΥΣΤΗΣ	20
1.6. ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΟΥ ΕΝΑΛΑΣΣΟΜΕΝΟΥ ΤΑΝΥΣΤΗ	23
1.7. Η ΣΧΕΣΗ ΤΩΝ ΔΕΥΤΕΡΟΒΑΘΜΙΩΝ ΑΝΤΙΣΥΜΜΕΤΡΙΚΩΝ ΤΑΝΥΣΤΩΝ ΜΕ ΤΑ ΑΞΟΝΙΚΑ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ	24
1.8. ΤΑΝΥΣΤΙΚΑ ΠΕΔΙΑ	26
1.9. ΠΑΡΑΓΩΓΙΣΗ ΤΑΝΥΣΤΙΚΩΝ ΠΕΔΙΩΝ	27
1.10. ΤΟ ΘΕΩΡΗΜΑ ΤΗΣ ΑΠΟΚΛΙΣΕΩΣ	30
1.11. ΤΟ ΘΕΩΡΗΜΑ ΤΟΥ STOKES	31
1.12. ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΗ ΒΑΣΙΚΩΝ ΣΧΕΣΕΩΝ	32
1.13. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΕΣ ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ	34
2. ΓΝΩΣΕΙΣ ΑΠΟ ΤΗΝ ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΤΩΝ ΣΥΝΕΧΩΝ ΜΕΣΩΝ	
2.1. ΤΙ ΣΗΜΑΙΝΕΙ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΗΣ ΚΙΝΗΣΗΣ ΣΕ ΣΥΝΕΧΕΣ ΜΕΣΟ	35
2.2. ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΗΣ ΚΙΝΗΣΗΣ ΜΕ ΤΙΣ ΜΕΘΟΔΟΥΣ LAGRANGE ΚΑΙ EULER	37
2.3. ΧΡΗΣΙΜΕΣ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ ΣΧΕΤΙΚΑ ΜΕ ΤΑ ΜΕΓΕΘΗ ΠΟΥ ΚΑΘΟΡΙΖΟΥΝ ΤΗΝ ΚΙΝΗΣΗ ΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ ΣΗΜΕΙΩΝ ΣΤΙΣ ΜΕΘΟ- ΔΟΥΣ LAGRANGE ΚΑΙ EULER	41
2.4. Η ΥΛΙΚΗ ΠΑΡΑΓΩΓΟΣ ΣΗΜΕΙΑΚΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ	
2.5. ΥΛΙΚΗ ΠΑΡΑΓΩΓΟΣ ΥΛΙΚΟΥ ΔΙΑΦΟΡΙΚΟΥ ΟΓΚΟΥ ΥΛΙΚΗΣ ΔΙΑΦΟΡΙΚΗΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ ΚΑΙ ΥΛΙΚΗΣ ΔΙΑΦΟΡΙΚΗΣ ΓΡΑΜΜΗΣ	46
2.5.1. ΧΡΗΣΙΜΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ	46
2.5.2. Η ΥΛΙΚΗ ΠΑΡΑΓΩΓΟΣ ΥΛΙΚΟΥ ΔΙΑΦΟΡΙΚΟΥ ΟΓΚΟΥ	47
2.5.3. Η ΥΛΙΚΗ ΠΑΡΑΓΩΓΟΣ ΥΛΙΚΗΣ ΔΙΑΦΟΡΙΚΗΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ	49
2.5.4. Η ΥΛΙΚΗ ΠΑΡΑΓΩΓΟΣ ΥΛΙΚΗΣ ΔΙΑΦΟΡΙΚΗΣ ΓΡΑΜΜΗΣ	51
2.6. ΥΛΙΚΗ ΠΑΡΑΓΩΓΟΣ ΜΕΓΕΘΩΝ ΠΟΥ ΕΚΦΟΡΑΖΟΝΤΑΙ ΣΑ ΧΩΡΙΚΑ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΑ ΚΑΙ ΕΠΙΚΑΜΠΥΛΙΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΑ	52
2.6.1. ΓΕΝΙΚΑ	52

	<u>σελίς</u>	
2.6.2.	Η ΥΛΙΚΗ ΠΑΡΑΓΩΓΟΣ ΥΛΙΚΟΥ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΟΣ ΟΓΚΟΥ	
2.6.3.	Η ΥΛΙΚΗ ΠΑΡΑΓΩΓΟΣ ΥΛΙΚΟΥ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΟΥ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΟΣ	
2.6.4.	Η ΥΛΙΚΗ ΠΑΡΑΓΩΓΟΣ ΥΛΙΚΟΥ ΕΠΙΚΑΜΠΥΛΙΟΥ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΟΣ	53
2.7.	Η ΕΞΙΣΩΣΗ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ	55
2.8.	ΤΡΟΧΙΕΣ ΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ ΣΗΜΕΙΩΝ ΚΑΙ ΓΡΑΜΜΕΣ ΡΟΗΣ	57
3.	ΚΙΝΗΜΑΤΙΚΗ ΚΑΙ ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΤΟΥ ΠΕΔΙΟΥ ΡΟΗΣ-ΓΕΝΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ	
3.1.	ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΗΣ ΚΙΝΗΣΗ ΥΛΙΚΟΥ ΣΗΜΕΙΟΥ ΚΑΙ ΔΙΑΦΟΡΙΚΟΥ ΥΛΙΚΟΥ ΟΓΚΟΥ	60
3.1.1.	ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΗΣ ΚΙΝΗΣΗ ΥΛΙΚΟΥ ΣΗΜΕΙΟΥ	60
3.1.2.	ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΗΣ ΚΙΝΗΣΗ ΔΙΑΦΟΡΙΚΟΥ ΥΛΙΚΟΥ ΟΓΚΟΥ	61
3.2.	ΕΞΙΣΩΣΗ ΣΥΝΕΧΕΙΑΣ	62
3.3.	Ο ΤΑΝΥΣΤΗΣ ΤΩΝ ΤΑΣΕΩΝ ΚΑΙ ΟΙ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ EULER-CAUCHY ΔΙΑΤΗΡΗΣΗΣ ΤΗΣ ΟΡΜΗΣ	69
3.4.	ΟΙ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ EULER ΓΙΑ ΤΕΛΕΙΑ ΡΕΥΣΤΑ	74
3.5.	Η ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΤΗΣ ΡΟΠΗΣ ΤΗΣ ΟΡΜΗΣ	75
3.6.	ΣΧΕΣΗ ΤΑΣΕΩΝ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΕΩΝ	77
3.7.	ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ NAVIER STOKES	80
3.8.	ΑΡΧΙΚΕΣ ΚΑΙ ΟΡΙΑΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ	82
3.9.	ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ EULER ΣΕ ΚΙΝΟΥΜΕΝΟ ΜΗ ΑΔΡΑΝΕΙΑΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ	85
3.9.1.	ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ	85
3.9.2.	ΣΧΕΣΗ ΜΕΤΑΞΥ ΑΠΟΛΥΤΗΣ ΚΑΙ ΣΧΕΤΙΚΗΣ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ ΤΟΥ ΥΛΙΚΟΥ ΣΗΜΕΙΟΥ	88
3.9.3.	ΣΧΕΣΗ ΜΕΤΑΞΥ ΑΠΟΛΥΤΗΣ ΚΑΙ ΣΧΕΤΙΚΗΣ ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗΣ	91
3.9.4.	ΟΙ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ EULER ΣΤΟ ΚΙΝΟΥΜΕΝΟ ΣΥΣΤΗΜΑ	93
3.9.5.	ΧΡΗΣΙΜΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ	94
3.9.6.	ΙΣΟΔΥΝΑΜΕΣ ΜΟΡΦΕΣ ΤΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ EULER.....	96
3.9.7.	ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ EULER ΣΕ ΣΥΣΤΗΜΑ ΚΙΝΟΥΜΕΝΟ ΜΕ ΣΤΑΘΕΡΗ ΓΩΝΙΑΚΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΚΑΙ ΠΑΡΑΛΛΗΛΗ ΜΕΤΑΦΟΡΑ	97
4.	ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ ΤΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ ΣΥΝΕΧΕΙΑΣ ΚΑΙ NAVIER STOKES	
4.1.	ΡΟΗ ΜΕΤΑΞΥ ΠΑΡΑΛΛΗΛΩΝ ΤΟΙΧΩΜΑΤΩΝ (Couette).....	101
4.2.	ΡΟΗ ΔΙΑ ΣΩΛΗΝΟΣ (Poiseuille).....	102
4.3.	ΜΗ ΜΟΝΙΜΗ ΚΙΝΗΣΗ ΕΠΙΠΕΔΗΣ ΠΛΑΚΑΣ	103
4.4.	ΣΤΡΩΤΟ ΟΡΙΑΚΟ ΣΤΡΩΜΑ	105
4.4.1.	ΜΟΝΙΜΗ ΡΟΗ ΠΑΡΑΛΛΗΛΗ ΠΡΟΣ ΕΠΙΠΕΔΗ ΠΛΑΚΑ.....	105
4.4.2.	ΜΟΝΙΜΗ ΔΙΔΙΑΣΤΑΤΗ ΡΟΗ	111
4.4.3.	ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΑ ΣΧΟΛΙΑ ΓΙΑ ΤΟ ΣΤΡΩΤΟ ΟΡΙΑΚΟ ΣΤΡΩΜΑ	117
4.5.	ΤΥΡΒΩΔΗΣ ΡΟΗ	121
4.5.1.	ΓΕΝΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ	121
4.5.2.	ΤΥΡΒΩΔΕΣ ΟΡΙΑΚΟ ΣΤΡΩΜΑ ΕΠΙΠΕΔΗΣ ΠΛΑΚΑΣ	125

	<u>σελίς</u>
4.5.3. Ο ΝΟΜΟΣ ΤΗΣ 1/7 ΡΙΖΑΣ	134
4.5.4. ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΑ ΣΧΟΛΙΑ ΓΙΑ ΤΗΝ ΤΥΡΒΩΔΗ ΡΟΗ.....	136
 ΜΕΡΟΣ Β' ΑΣΥΜΠΙΕΣΤΟ ΜΗ ΣΥΝΕΚΤΙΚΟ ΡΕΥΣΤΟ	
5. ΤΟ ΑΣΤΡΟΒΙΛΟ ΠΕΔΙΟ ΡΟΗΣ	
5.1. ΔΙΑΚΡΙΣΗ ΤΩΝ ΡΟΩΝ ΣΕ ΣΤΡΟΒΙΛΕΣ ΚΑΙ ΑΣΤΡΟΒΙΛΕΣ.....	141
5.2. ΑΠΛΑ ΚΑΙ ΔΙΠΛΑ ΣΥΝΔΕΤΙΚΕΣ ΠΕΡΙΟΧΕΣ	142
5.3. Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΚΥΚΛΟΦΟΡΙΑΣ	145
5.4. ΤΟ ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ	147
5.5. Η ΕΞΙΣΩΣΗ ΤΗΣ ΣΥΝΕΧΕΙΑΣ	148
5.6. ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗ ΤΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ EULER ΚΑΙ ΧΩΡΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ ΑΠΟ ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΠΙΕΣΗΣ	149
5.7. Η ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΤΟΥ ΠΕΔΙΟΥ ΡΟΗΣ ΓΙΑ ΦΡΑΓΜΕΝΕΣ ΠΕΡΙΟΧΕΣ	151
5.8. Η ΜΕΣΗ ΤΙΜΗ ΤΟΥ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ	154
5.9. ΟΙ ΤΑΥΤΟΤΗΤΕΣ ΤΟΥ GREEN	155
5.10. ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΤΟΥ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ	160
5.11. ΓΕΝΙΚΕΥΜΕΝΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ	167
5.12. ΑΣΥΜΠΤΩΤΙΚΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΤΟΥ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΣΕ ΠΕΡΙΟΧΕΣ ΠΟΥ ΕΚΤΕΙΝΟΝΤΑΙ ΜΕΧΡΙ ΤΟ ΑΠΕΙΡΟ	171
5.13. ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΣΕ ΜΗ ΦΡΑΓΜΕΝΗ ΠΕΡΙΟΧΗ.....	178
5.14. ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ ΜΟΝΑΔΙΚΟΤΗΤΑΣ	180
5.15. ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΤΗΣ ΑΣΤΡΟΒΙΛΗΣ ΡΟΗΣ	183
5.16. ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗ ΤΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ EULER ΣΕ ΚΙΝΟΥΜΕΝΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ	185
5.17. ΔΥΝΑΜΗ ΚΑΙ ΡΟΠΗ ΣΕ ΣΤΕΡΕΟ ΣΩΜΑ	187
5.17.1. ΓΕΝΙΚΕΣ ΕΚΦΡΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΤΗ ΔΥΝΑΜΗ ΚΑΙ ΤΗ ΡΟΠΗ	187
5.17.2. ΔΥΝΑΜΗ ΚΑΙ ΡΟΠΗ ΣΕ ΣΤΕΡΕΟ ΣΩΜΑ ΓΙΑ ΡΟΕΣ ΜΕ ΔΥΝΑΜΙΚΟ	192
5.17.3. ΤΟ ΠΑΡΑΔΟΞΟ ΤΟΥ D'ALEMBERT	194
5.17.4. ΤΟ ΘΕΩΡΗΜΑ ΤΟΥ ΖΟΥΚΟΒΣΚΙ	195
5.18. ΣΩΛΗΝΟΕΙΔΗ ΠΕΔΙΑ ΚΑΙ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΟ ΔΥΝΑΜΙΚΟ.....	197
5.19. Η ΡΟΙΚΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ	200
5.20. ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ ΣΤΗ ΧΡΗΣΗ ΤΗΣ ΡΟΙΚΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ ΚΑΙ ΤΟΥ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ	202
5.21. ΣΧΕΣΗΜΕΤΑΞΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΕΠΙΠΕΔΗΣ ΡΟΗΣ ΚΑΙ ΜΙ- ΓΑΔΙΚΩΝ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ - ΤΟ ΜΙΓΑΔΙΚΟ ΔΥΝΑΜΙΚΟ.....	203
6. Η ΘΕΩΡΙΑ ΤΗΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΤΗΤΑΣ - ΚΙΝΗΜΑΤΙΚΗ	
6.1. ΤΟ ΠΕΔΙΟ ΣΤΡΟΒΙΛΟΤΗΤΑΣ - ΟΡΙΣΜΟΙ	207
6.2. Η ΣΥΝΕΧΕΙΑ ΤΗΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΤΗΤΑΣ - ΠΡΩΤΟ ΘΕΩΡΗΜΑ ΤΟΥ HELMHOLTZ	208

	<u>σελίς</u>
6.3.	ΙΔΙΟΜΟΡΦΕΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΕΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΤΗΤΑΣ 211
6.3.1.	ΟΡΙΣΜΟΣ 211
6.3.2.	ΣΧΕΣΗ ΕΝΤΑΣΗΣ ΙΔΙΟΜΟΡΦΟΥ ΦΥΛΛΟΥ ΣΤΡΟΒΙΛΟΤΗΤΑΣ ΜΕ ΤΟ ΠΕΔΙΟ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ 213
6.3.3.	Η ΣΥΝΕΧΕΙΑ ΙΔΙΟΜΟΡΦΟΥ ΦΥΛΛΟΥ ΣΤΡΟΒΙΛΟΤΗΤΑΣ..... 216
6.4.	ΙΔΙΟΜΟΡΦΕΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΕΣ ΠΗΓΩΝ ΚΑΤΑΒΟΘΡΩΝ..... 218
6.5.	ΕΠΙΦΑΝΕΙΕΣ ΑΣΥΝΕΧΕΙΑΣ ΚΑΙ ΓΕΝΙΚΕΥΜΕΝΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ 220
6.6.	Η ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΤΟΥ ΠΕΔΙΟΥ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ 224
6.6.1.	ΤΡΙΣΔΙΑΣΤΑΤΕΣ ΦΡΑΓΜΕΝΕΣ ΠΕΡΙΟΧΕΣ 224
6.6.2.	ΔΙΔΙΑΣΤΑΤΕΣ ΦΡΑΓΜΕΝΕΣ ΠΕΡΙΟΧΕΣ 229
6.6.3.	ΤΡΙΣΔΙΑΣΤΑΤΕΣ ΑΠΕΙΡΕΣ ΠΕΡΙΟΧΕΣ 232
6.6.4.	ΔΙΔΙΑΣΤΑΤΕΣ ΑΠΕΙΡΕΣ ΠΕΡΙΟΧΕΣ 234
6.7.	ΙΔΙΟΜΟΡΦΕΣ ΓΡΑΜΜΕΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΤΗΤΑΣ ΚΑΙ ΣΗΜΕΙΑΚΕΣ ΠΗΓΕΣ 234
6.8.	Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΕΠΑΓΟΜΕΝΗΣ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ 236
6.9.	ΑΣΥΜΠΤΩΤΙΚΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΤΗΣ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ ΣΕ ΠΕΡΙΟΧΕΣ ΠΟΥ ΕΚΤΕΙΝΟΝΤΑΙ ΣΤΟ ΑΠΕΙΡΟ 239
6.9.1.	ΤΡΙΣΔΙΑΣΤΑΤΕΣ ΠΕΡΙΟΧΕΣ 239
6.9.2.	ΔΙΔΙΑΣΤΑΤΕΣ ΠΕΡΙΟΧΕΣ 243
6.10.	ΣΧΕΣΗ ΘΕΩΡΗΜΑΤΩΝ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗΣ ΓΙΑ ΤΟ ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΜΕ ΤΑ ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΤΑΧΥΤΗΤΑ.... 244
6.10.1.	ΤΡΙΣΔΙΑΣΤΑΤΕΣ ΠΕΡΙΟΧΕΣ 244
6.10.2.	ΔΙΔΙΑΣΤΑΤΕΣ ΠΕΡΙΟΧΕΣ 251
7.	Η ΘΕΩΡΙΑ ΤΗΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΤΗΤΑΣ - ΔΥΝΑΜΙΚΗ
7.1.	ΕΙΣΑΓΩΓΗ 257
7.2.	Η ΕΞΙΣΩΣΗ ΤΗΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΤΗΤΑΣ 258
7.3.	Η ΦΥΣΙΚΗ ΣΗΜΑΣΙΑ ΤΗΣ ΕΞΙΣΩΣΗΣ ΤΗΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΤΗΤΑΣ.... 261
7.4.	ΤΟ ΘΕΩΡΗΜΑ ΚΥΚΛΟΦΟΡΙΑΣ ΤΟΥ ΚΕΛΒΙΝ 263
7.5.	ΤΑ ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ ΤΟΥ ΗΕΛΜΧΟΛΤΖ 265
7.6.	ΣΧΕΣΗ ΘΕΩΡΗΜΑΤΩΝ ΚΕΛΒΙΝ ΚΑΙ ΗΕΛΜΧΟΛΤΖ 271
7.7.	ΠΟΡΙΣΜΑΤΑ ΤΩΝ ΘΕΩΡΗΜΑΤΩΝ ΚΕΙ ΒΙΝ ΚΑΙ ΗΕΙ ΜΧΟΙΤΖ..... 272
7.8.	Η ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΗΣ ΣΥΝΕΚΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΣΤΗ ΜΕΤΑΔΟΣΗ ΤΗΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΤΗΤΑΣ 274
7.9.	Η ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ ΤΗΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΤΗΤΑΣ 276
7.10.	Η ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΤΩΝ ΙΔΙΟΜΟΡΦΩΝ ΦΥΛΛΩΝ ΣΤΡΟΒΙΛΟΤΗΤΑΣ 279
7.10.1.	ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ 279
7.10.2.	ΙΔΙΟΜΟΡΦΑ ΦΥΛΛΑ ΣΤΡΟΒΙΛΟΤΗΤΑΣ ΕΝΤΟΣ ΑΣΤΡΟΒΙΛΗΣ ΡΟΗΣ 282
7.10.3.	ΕΛΕΥΘΕΡΑ ΚΑΙ ΠΡΟΣΔΕΔΕΜΕΝΑ ΦΥΛΛΑ ΣΤΡΟΒΙΛΟΤΗΤΑΣ 284
7.11.	Η ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΤΗΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΤΗΤΑΣ ΣΕ ΚΙΝΟΥΜΕΝΟ ΣΥΣΤΗΜΑ.. 287

	<u>σελίς</u>
7.11.1. Η ΕΙΣΩΣΗ ΤΗΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΤΗΤΑΣ ΚΑΙ ΤΑ ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ KELVIN ΚΑΙ HELMHOLTZ	287
7.11.2. ΠΟΡΙΣΜΑΤΑ ΤΩΝ ΘΕΩΡΗΜΑΤΩΝ KELVIN ΚΑΙ HELMHOLTZ.....	292
7.12. ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΙΔΙΟΜΟΡΦΩΝ ΦΥΛΛΩΝ ΣΤΡΟΒΙΛΟ- ΤΗΤΑΣ ΣΕ ΚΙΝΟΥΜΕΝΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ	293
7.12.1. ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ	293
7.12.2. ΙΔΙΟΜΟΡΦΑ ΦΥΛΛΑ ΣΤΡΟΒΙΛΟΤΗΤΑΣ ΣΕ ΑΣΤΡΟΒΙΛΗ ΡΟΗ.....	294
7.12.3. ΠΡΟΣΔΕΔΕΜΕΝΑ ΦΥΛΛΑ ΣΤΡΟΒΙΛΟΤΗΤΑΣ	296
7.13. ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΑΣΥΝΕΧΕΙΩΝ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ ΣΤΗ ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ ΣΤΡΟΒΙΛΟΤΗΤΑΣ	298
7.14. Η ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΤΗΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΤΗΤΑΣ ΣΕ ΥΔΡΟΤΟΜΕΣ ΚΑΙ ΠΤΕΡΥΓΙΑ	299
7.14.1. ΙΔΙΑΙΤΕΡΟΤΗΤΑ ΤΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ ΤΩΝ ΥΔΡΟΤΟΜΩΝ ΚΑΙ ΤΩΝ ΠΤΕΡΥΓΙΩΝ	299
7.14.2. ΜΟΝΙΜΗ ΡΟΗ ΓΥΡΩ ΑΠΟ ΥΔΡΟΤΟΜΗ	301
7.14.3. ΜΗ ΜΟΝΙΜΗ ΡΟΗ ΓΥΡΩ ΑΠΟ ΥΔΡΟΤΟΜΗ	304
7.14.4. ΜΟΝΙΜΗ ΡΟΗ ΓΥΡΩ ΑΠΟ ΠΤΕΡΥΓΙΟ.....	306
7.14.5. ΜΗ ΜΟΝΙΜΗ ΡΟΗ ΓΥΡΩ ΑΠΟ ΠΤΕΡΥΓΙΟ	309
7.14.6. ΜΟΝΙΜΗ ΚΑΙ ΜΗ ΜΟΝΙΜΗ ΡΟΗ ΓΥΡΩ ΑΠΟ ΕΛΙΚΑ	310
7.15. ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ ΣΤΗΝ ΕΠΙΛΥΣΗ ΡΟΩΝ ΜΕ ΤΗ ΘΕΩΡΙΑ ΣΤΡΟΒΙ- ΛΟΤΗΤΑΣ	311

ΜΕΡΟΣ Γ' - ΘΕΩΡΙΑ ΥΔΡΟΤΟΜΩΝ

8. ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ ΥΔΡΟΤΟΜΩΝ	
8.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ	317
8.2. ΒΑΣΙΚΕΣ ΓΝΩΣΕΙΣ ΑΠΟ ΤΗ ΘΕΩΡΙΑ ΜΙΓΑΔΙΚΩΝ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ	319
8.2.1. Η ΑΛΓΕΒΡΙΚΗ ΚΑΙ Η ΤΟΠΟΛΟΓΙΚΗ ΔΟΜΗ ΤΟΥ ΣΥΝΟΛΟΥ ΤΩΝ ΜΙΓΑΔΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ	318
8.2.2. ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ ΒΑΣΙΚΩΝ ΟΡΙΣΜΩΝ ΚΑΙ ΣΧΕΣΕΩΝ ΑΠΟ ΤΗΝ ΑΛΓΕΒΡΑ ΜΙΓΑΔΩΝ	320
8.2.3. Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΑΝΑΛΥΤΙΚΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ ΚΑΙ ΟΙ ΣΥΝ- ΘΗΚΕΣ CAUCHY-RIEMANN	325
8.2.4. ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΤΩΝ ΑΝΑΛΥΤΙΚΩΝ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ	328
8.2.5. Η ΣΥΜΜΟΡΦΗ ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗ	331
8.2.6. ΤΟ ΘΕΩΡΗΜΑ ΤΗΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ	337
8.2.7. ΤΑ ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ CAUCHY ΚΑΙ MORERA	339
8.2.8. Ο ΟΛΟΚΛΗΡΩΤΙΚΟΣ ΤΥΠΟΣ ΤΟΥ CAUCHY	340
8.2.9. ΣΧΕΣΗ ΤΟΥ ΟΛΟΚΛΗΡΩΤΙΚΟΥ ΤΥΠΟΥ ΤΟΥ CAUCHY ΜΕ ΤΑ ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗΣ ΓΙΑ ΤΟ ΔΥΝΑΜΙΚΟ	342

	σελίς
8.2.10. ΤΟ ΘΕΩΡΗΜΑ ΤΗΣ ΜΕΣΗΣ ΤΙΜΗΣ	344
8.2.11. ΟΙ ΣΕΙΡΕΣ TAYLOR ΚΑΙ LAURENT	345
8.2.12. Η ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ ΤΩΝ ΜΕΜΟΝΩΜΕΝΩΝ ΙΔΙΟΜΟΡΦΙΩΝ ΤΩΝ Α- ΝΑΛΥΤΙΚΩΝ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ	348
8.2.13. ΤΟ ΕΠ'ΑΠΕΙΡΟ ΣΗΜΕΙΟ	349
8.2.14. ΤΟ ΟΛΟΚΛΗΡΩΤΙΚΟ ΥΠΟΛΟΙΠΟ	352
8.2.15. Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΚΑΤΑ CAUCHY ΚΥΡΙΑΣ ΤΙΜΗΣ	355
8.3. ΟΙ ΑΝΑΛΥΤΙΚΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ ΣΤΗΝ ΜΕΛΕΤΗ ΕΠΙΠΕΔΩΝ ΡΩΩΝ .	358
8.4. Η ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΤΗΣ ΡΟΗΣ ΓΥΡΩ ΑΠΟ ΚΥΛΙΝΔΡΟ	360
8.5. ΤΑ ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΗ ΜΙΓΑΔΙΚΑ ΔΥΝΑΜΙΚΑ	362
8.5.1. ΠΑΡΑΛΛΗΛΗ ΡΟΗ ΥΠΟ ΓΩΝΙΑ	362
8.5.2. ΠΗΓΗ ΣΤΗΝ ΑΡΧΗ ΤΩΝ ΑΞΟΝΩΝ	363
8.5.3. ΔΙΝΗ ΣΤΗΝ ΑΡΧΗ ΤΩΝ ΑΞΟΝΩΝ	365
8.5.4. ΔΙΠΟΛΟ ΥΠΟ ΓΩΝΙΑ	366
8.6. Η ΡΟΗ ΠΕΡΙ ΚΥΚΛΙΚΟ ΚΥΛΙΝΔΡΟ	368
8.6.1. ΡΟΗ ΠΕΡΙ ΚΥΛΙΝΔΡΟ ΧΩΡΙΣ ΚΥΚΛΟΦΟΡΙΑ	368
8.6.2. ΡΟΗ ΠΕΡΙ ΚΥΛΙΝΔΡΟ ΜΕ ΚΥΚΛΟΦΟΡΙΑ	371
8.7. Η ΔΥΝΑΜΗ ΚΑΙ Η ΡΟΠΗ ΣΕ ΣΤΕΡΕΟ ΣΩΜΑ ΕΝΤΟΣ ΠΑΡΑΛΛΗΛΗΣ ΡΟΗΣ	373
8.8. ΟΝΟΜΑΤΟΛΟΓΙΑ ΤΩΝ ΥΔΡΟΤΟΜΩΝ	378
8.9. ΠΟΙΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΚΑΛΕΙΤΑΙ ΝΑ ΛΥΣΕΙ Η ΘΕΩΡΙΑ ΥΔΡΟΤΟΜΩΝ.	379
8.10. Ο ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ JOUKOWSKI	381
8.11. ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΟΥ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΥ JOUKOWSKI	386
8 8.11.1. Ο ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΡΟΗΣ ΣΤΟ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΕΝΟ ΕΠΙΠΕΔΟ	386
8.11.2. Η ΡΟΗ ΓΥΡΩ ΑΠΟ ΕΠΙΠΕΔΗ ΠΛΑΚΑ	388
8.11.3. Η ΡΟΗ ΓΥΡΩ ΑΠΟ ΚΥΚΛΙΚΟ ΤΟΞΟ	394
8.12. ΥΔΡΟΤΟΜΕΣ KARMAN ΤREFFTZ	398
8.13. Η ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΟΥ THEODORSEN	403
8.14. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΕΣ ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ	409

