

ΓΕΩΡΓΙΟΥ ΛΕΥΚΑΔΙΤΗ

**ΣΤΟΙΧΕΙΟ
ΠΡΟΣΤΟΤΙΚΗΣ
ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ**

ΤΟΜΟΣ Ι

Σχέδια: Πάνος Γρηγοράκης

**ΣΤΟΙΧΕΙΑ
ΠΑΡΑΣΤΑΤΙΚΗΣ
ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ**

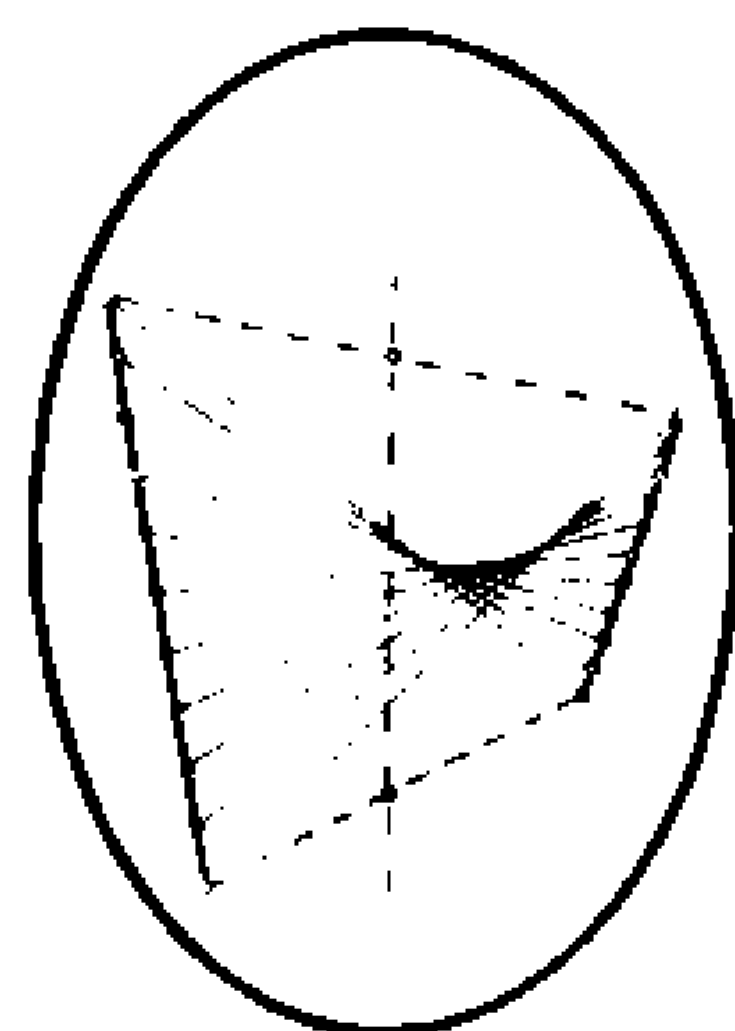
516.6
ΛΕΥ

ΔΩΡΕΑ

Τ.Ε.Ι. ΑΘΗΝΑΣ
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ
Αρ. εισ. 70524

Γεωργίου Λευκαδίτη

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΠΑΡΑΣΤΑΤΙΚΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ



ΤΟΜΟΣ Ι

Σχέδια: Πάνος Γρηγοράκης

ΑΘΗΝΑ 2003

Πᾶν γνήσιον ἀντίτυπον φέρει τὴν ὑπογραφήν τοῦ συγγραφέως.

A handwritten signature in black ink, consisting of several overlapping loops and a long horizontal stroke extending to the right.

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Όκτώ χρόνια μετά τήν έκδοση τοῦ ΔΕΥΤΕΡΟΥ ΤΟΜΟΥ τῶν «ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΠΑΡΑΣΤΑΤΙΚΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ» ἐκδίδεται καί ὁ ΠΡΩΤΟΣ ΤΟΜΟΣ. Κρίναμε ἀπαραίτητη τήν συμπλήρωση τῆς ἐκδόσεως, γιά νά ἀσχοληθοῦμε κυρίως μέ τό τεχνικό μέρος τῆς Παραστατικῆς Γεωμετρίας, στό ὁποῖο ὑστεροῦν πολύ οἱ ὑπάρχουσες ἐκδόσεις καί φυσικά οἱ σπουδαστές.

Ὁ δεύτερος τόμος προϋποθέτει τήν γνώση τοῦ Πρώτου γιά τήν λύση τῶν θεμάτων τῆς παραστάσεως τῶν ΚΩΝΩΝ, ΚΥΛΙΝΔΡΩΝ κ.λ.π.

Ὁ Πρῶτος Τόμος χωρίζεται σέ δύο μέρη:

Στό ΠΡΩΤΟ ΜΕΡΟΣ ὑπάρχουν ΘΕΩΡΙΑ καί ΑΣΚΗΣΕΙΣ.

Ἐχουμε προσέξει ιδιαίτερα τό σχεδιαστικό πρόβλημα τῆς Παραστατικῆς Γεωμετρίας καί προτείναμε νέες μεθόδους ἀντιμετωπίσεώς του. Ἐπίσης ἔχουμε ἀσχοληθεῖ εἰδικά μέ τό πρόβλημα τῶν ἀλληλοτομιῶν καί ιδιαίτερα μέ τό ζήτημα τῆς διακρίσεως τῶν ὁρατῶν ἀπό τίς καλυμμένες ἀκμές τῶν πολυέδρων στήν ἀλληλοτομία ἀλλά καί στήν τομή τους μέ ἐπίπεδα.

Ἐπὶ τῶν 112 ΑΥΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ, ὁρισμένες ἀπό τίς ὁποῖες εἶναι ἀπόλυτα ἀπαραίτητες εἴτε γιατί εἶναι θεωρία οὐσιαστικά, εἴτε γιατί τήν συμπληρώνουν εἴτε τέλος γιατί εἶναι βασικά θέματα. Οἱ ἀσκήσεις αὐτές ἔχουν στόν ἀριθμό διπλα τους ἓνα ἀστεράκι.

Ἐπειδή ἔχουμε διαπιστώσει ὅτι οἱ σπουδαστές δέν ἔχουν, στήν ἀρχή τουλάχιστον, εὐχέρεια νά "διαβάσουν" σχέδια μέ πολλές γραμμές, σέ πολλά ἀπό αὐτά εἶτε τῆς θεωρίας, εἴτε τῶν ἀσκήσεων, ἀκολουθήσαμε τό ἐξῆς σύστημα:

Χωρίσαμε τό ΤΕΛΙΚΟ ΣΧΕΔΙΟ σέ περισσότερα. Τό πρῶτο π.χ. περιέχει μόνο τά δεδομένα τοῦ θέματος ἢ ἴσως καί τήν πρώτη πράξη. Τό δεύτερο ΟΛΑ τά προηγούμενα καί μία ἢ περισσότερες πράξεις ἀκόμη κ.ο.κ., μέχρι νά φθάσουμε στό τελικό σχέδιο. Ἔτσι ὁ ἀναγνώστης διευκολύνεται στό διάβασμά του καί ἀκόμη παρακολουθεῖ τήν ἐξέλιξη τῆς ἀσκήσεως, ὅπως θά τοῦ περιγραφόταν προφορικά.

Στίς περισσότερες ἀσκήσεις, ὅπως καί στά ΘΕΜΑΤΑ τοῦ ΔΕΥΤΕΡΟΥ ΜΕΡΟΥΣ, ἀναπτύσσεται πρῶτα θεωρητικά ἡ λύση καί ἀκολουθεῖ ἡ σχεδίαση. Ἡ πορεία τῆς λύσεως στό σχέδιο εἶναι ἡ ἴδια μέ ἐκείνη πού ἀναφέρεται στή θεωρία, ἐκτός ἀπό μερικές ἐξαιρέσεις, ὅπου γιά λόγους καθαρά τεχνικῆς εὐκολίας, σχεδιάζονται μικρές παραλλαγές, πού ἀναφέρονται, περιγράφονται καί δικαιολογοῦνται ἀπόλυτα. Ἐπίσης οἱ ἀσκήσεις καί τά ΘΕΜΑΤΑ, ἔχουν χωρισθεῖ σέ διαδοχικά ἀριθμημένα στάδια, στήν θεωρητική καί στήν σχεδιαστική περιγραφή τους.

Πρέπει ιδιαίτερα νά προσέξουν οἱ σπουδαστές τά σημεῖα τῶν ἀσκήσεων, πού παραπέμπουν σέ θεωρία ἢ σέ ἄλλες ἀσκήσεις. Πρίν προχωρήσουν στήν ἀνάγνωση τῆς λύσεως, θά πρέπει νά γνωρίζουν τελείως τά θέματα αὐτά. Βέβαια, τίς περισσότερες -

ρες φορές επαναλαμβάνεται το τεχνικό τους μέρος και στην συγκεκριμένη άσκηση, χωρίς όμως έρμηνεία αυτή την φορά. Μ' αυτό τον τρόπο ο αναγνώστης κερδίζει χρόνο στην μελέτη του, αλλά και κάθε στιγμή είναι σε θέση να ελέγχει τις γνώσεις του.

Προσπαθήσαμε τα σχέδια των λύσεων να είναι στην ίδια σελίδα με το κείμενο, αλλά αυτό δεν το πετύχαμε σε μερικές περιπτώσεις, επειδή τα σχέδια που αναφέρονται σε κάθε θέμα είναι πάρα πολλά. Παρ' όλα αυτά και σ' αυτές τις περιπτώσεις, είναι το πολύ στην επόμενη σελίδα.

Σε πολλά σημεία του κειμένου υπάρχουν μικρά βέλη. Στις θέσεις αυτές αναφέρεται κάτι ιδιαίτερα σημαντικό, που συνήθως έχει γενική σημασία.

Στο τέλος κάθε κεφαλαίου επαναλαμβάνουμε τα βασικά σχέδιά του, χωρίς περιγραφή. Είναι ένα είδος τυπολογίου σχημάτων. Φυσικά το τυπολόγιο αυτό έχει αξία ΜΟΝΟ για τον σπουδαστή, που γνωρίζει τί παριστάνει κάθε σχέδιο και επομένως υπενθυμίζει απλώς σ' αυτόν συνοπτικά, αυτό που ήδη γνωρίζει.

Το ΔΕΥΤΕΡΟ ΜΕΡΟΣ αποτελείται από ΘΕΜΑΤΑ, που είναι εφαρμογές της θεωρίας ή των ασκήσεων. Όλα τα δεδομένα είναι σε χιλιοστά του μέτρου, δεν πρέπει όμως οι σπουδαστές να κάνουν μετρήσεις επάνω στα σχέδια, αφού αυτά έχουν γίνει μικρότερα με την φωτογράφιση.

Η μελέτη των θεμάτων προϋποθέτει την γνώση της θεωρίας, τις περισσότερες φορές τουλάχιστον, αν και στα πιά πολλά θέματα γίνεται μεγάλη επανάληψη της θεωρίας της τεχνικής των πράξεων της Παραστατικής Γεωμετρίας, που έχουμε χρησιμοποιήσει για την λύση τους. Στο τέλος κάθε θέματος αναφέρουμε την θεωρία που χρησιμοποιήσαμε, με τους αριθμούς των αντίστοιχων σχημάτων της θεωρίας, με την σειρά που τα αναζητήσαμε. Επίσης αναφέρονται οι αριθμοί των παρόμοιων ασκήσεων ή θεμάτων, που χωρίς να είναι απαραίτητο, ή γνώση τους βοηθάει τον αναγνώστη και στην λύση του συγκεκριμένου θέματος, αλλά και στην καλύτερη γνώση της Παραστατικής Γεωμετρίας.

Στον ΠΡΩΤΟ ΤΟΜΟ χρησιμοποιήσαμε το ύφος και την γλώσσα της Δημοτικής, διατηρώντας μόνο μερικά ρήματα της απλής καθαρεύουσας, που έχουν κάπως καθιερωθεί στην Γεωμετρία. Σε ένα επόμενο βήμα προφανώς θα καταργηθούν κι αυτά.

Δεν θα ήταν ανάγκη ίσως να πούμε ότι το βιβλίο αυτό έγινε, γιατί βοηθήσαν όρισμένοι φίλοι χωρίς τους οποίους ή έκδοση δεν θα μπορούσε να πραγματοποιηθεί. Τα 600 περίπου σχέδια που περιέχονται, τέτοιας μορφής μάλιστα και ένα κείμενο σαν κι αυτό, με τόσες λεπτομέρειες, απαιτούν μεγάλο κόπο και ενδιαφέρον. Το να τους εύχαριστήσω λοιπόν κι εδώ είναι το λιγώτερο που μπορώ να κάνω. Οι εύχαριστίες μου απευθύνονται:

Στον φίλο μου σπουδαστή της Αρχιτεκτονικής του Ε.Μ.Π., Πάνο Γρηγοράκη, στην φοιτήτρια Αθηνά Κοτάντζη, στον σχεδιαστή Γιώργο Χαχλάκη και στις σχεδιάστριες Βούλα Καλογεροπούλου, Γωγώ Κολυβήρα, Ηρώ Μιχαηλίδου και Μαρίνα Ρούσου.

Αρκετή βοήθεια πρόσφεραν επίσης ή Μπεττίνα Βίγκαν, οι σχεδιαστές Ανδρέας Βυζανιάρης, Πέτρος Ραυτόπουλος, Κώστας Τσούμας και ή κ. Χριστίνα Λευκαδίτου. Η κατανόηση της τελευταίας, εκτός από την άμεση βοήθεια, ήταν απαραίτητη για την πραγματοποίηση του βιβλίου.

Εύχαριστώ επίσης τον κ. Β. Χατζηπέρη, που ή προσπάθειά του και ή συνέπειά του, για δεύτερη φορά, είχαν σαν αποτέλεσμα την καλαίσθητη αυτή έκδοση.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Σελίδα

Πρόλογος	5
--------------------	---

ΜΕΡΟΣ ΠΡΩΤΟ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΠΡΩΤΟ

ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΘΕΜΕΛΙΩΔΩΝ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

§ 1. ΓΕΝΙΚΑ	7
2. ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΣΗΜΕΙΟΥ	7
3. ΕΠΙΠΕΔΑ ΣΥΜΜΕΤΡΙΑΣ- ΣΥΜΠΤΩΣΕΩΣ	12
4. ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΕΥΘΕΙΑΣ	13
5. ΤΕΜΝΟΜΕΝΕΣ-ΠΑΡΑΛΛΗΛΕΣ ΕΥΘΕΙΕΣ	17
6. ΕΙΔΙΚΕΣ ΘΕΣΕΙΣ ΕΥΘΕΙΩΝ	19
7. ΑΣΚΗΣΕΙΣ	24
8. ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΕΠΙΠΕΔΟΥ	33
9. ΕΙΔΙΚΕΣ ΘΕΣΕΙΣ ΕΠΙΠΕΔΩΝ	36
10. ΑΣΚΗΣΕΙΣ	40
ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ ΤΩΝ ΒΑΣΙΚΩΝ ΣΧΗΜΑΤΩΝ ΤΟΥ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ 1	46

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΥΤΕΡΟ

ΘΕΜΕΛΙΩΔΕΙΣ ΜΕΘΟΔΟΙ

§ 11. ΜΕΘΟΔΟΣ ΑΛΛΑΓΗΣ	48
I. Τρίτη Προβολή σημείου-Γενίκευση	49
II. Τρίτη Προβολή εύθείας-Τρίτο Ίχνος εύθείας-Γενίκευση	52
III. Τρίτο Ίχνος έπιπέδου-Γενίκευση	54
12. ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΑΛΛΑΓΗΣ	58
ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ ΕΠΑΝΩ ΣΤΗΝ ΜΕΘΟΔΟ ΤΗΣ ΑΛΛΑΓΗΣ	76
13. ΜΕΘΟΔΟΣ ΣΤΡΟΦΗΣ	76
I. Στροφή σημείου	76
II. Στροφή εύθείας	77
III. Στροφή έπιπέδου	79
14. ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΡΟΦΗΣ	80

	ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ ΕΠΙΛΩ ΣΤΗΝ ΜΕΘΟΔΟ ΤΗΣ ΣΤΡΟΦΗΣ	88
§ 15.	ΜΕΘΟΔΟΣ ΚΑΤΑΚΛΙΣΕΩΣ	89
	ΓΕΝΙΚΑ	89
	I. Κατάκλιση στὸ ε ₁ ἐπιπέδων Εἰδικῆς θέσεως	91
	II. Κατάκλιση στὸ ε ₁ ΤΥΧΑΙΟΥ ΕΠΙΠΕΔΟΥ	93
	III. Κατάκλιση Τυχαίου Ἐπιπέδου σέ Ὅριζόντιο ἐπίπεδο	100
	IV. Κατάκλιση ἐπιπέδων στὸ ε ₂ ἢ σέ Μετωπικὸ	101
16.	ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΚΛΙΣΕΩΣ	104
	ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ ΤΩΝ ΒΑΣΙΚΩΝ ΣΧΗΜΑΤΩΝ ΤΟΥ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ 2	124

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΤΡΙΤΟ

ΘΕΜΕΛΙΩΔΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

§ 17.	ΤΟΜΗ ΔΥΟ ΕΠΙΠΕΔΩΝ	126
18.	ΤΟΜΗ ΕΥΘΕΙΑΣ ΚΑΙ ΕΠΙΠΕΔΟΥ	128
19.	ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ ΤΟΜΗΣ ΔΥΟ ΕΠΙΠΕΔΩΝ	135
	Ἐνασχόηση τοῦ προβλήματος ΤΟΜΗΣ	
	I. Δύο ἐπιπέδων - II. Εὐθείας καὶ ἐπιπέδου	141
20.	ΕΠΙΠΕΔΟ ΚΑΘΕΤΟ ΣΕ ΕΥΘΕΙΑ	142
	ΒΑΣΙΚΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ	143
21.	ΑΣΚΗΣΕΙΣ	146
	ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ ΤΩΝ ΒΑΣΙΚΩΝ ΣΧΗΜΑΤΩΝ ΤΟΥ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ 3	181

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΤΕΤΑΡΤΟ

ΠΟΛΥΕΔΡΑ

§ 22.	A. Γενικά - Ὅρισμοί	183
	B. Παράσταση	186
	Γ. Διάκριση ὀρατῶν καὶ καλυμμένων γραμμῶν	188
23.	ΤΟΜΗ ΠΟΛΥΕΔΡΟΥ ΜΕ ΕΠΙΠΕΔΟ	192
	I. Τυχαῖο Πολύεδρο	192
	II. Πυραμίδα ἢ Πρίσμα	195
24.	ΤΟΜΗ ΠΟΛΥΕΔΡΟΥ ΜΕ ΕΥΘΕΙΑ	209
25.	ΑΝΑΠΤΥΓΜΑ	212
	I. Πυραμίδας	212
	II. Πρίσματος	215
26.	ΑΛΛΗΛΟΤΟΜΙΕΣ	222
	ΓΕΝΙΚΑ	222

I. Δύο Πυραμίδων.	223
II. Πυραμίδας - Πρίσματος	234
III. Δύο Πρισματών. ,	234
ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ ΤΩΝ ΒΑΣΙΚΩΝ ΣΧΗΜΑΤΩΝ ΤΟΥ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ 4	240

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΠΕΜΠΤΟ

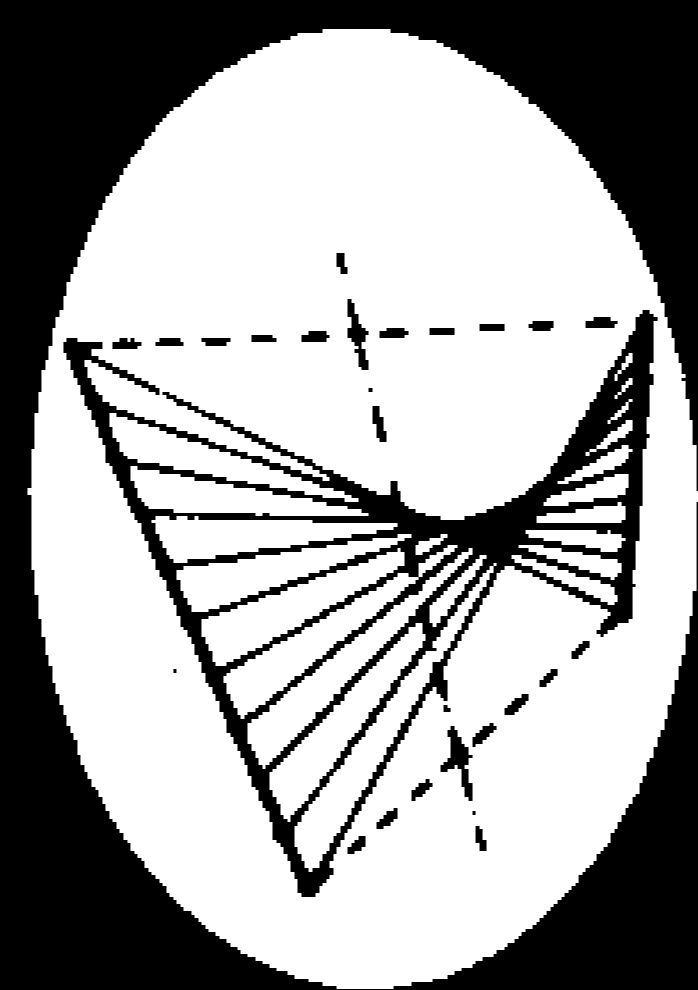
ΚΥΚΛΟΣ

§ 27. ΕΛΛΕΙΨΗ	242
28. ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΚΥΚΛΟΥ	245
29. ΑΣΚΗΣΕΙΣ	248
ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ ΤΩΝ ΒΑΣΙΚΩΝ ΣΧΗΜΑΤΩΝ ΤΟΥ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ 5	253

ΜΕΡΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟ

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

ΣΗΜΑΤΑ	254
------------------	-----



ΕΚΤΥΠΩΣΙΣ

Β. Χατζηπέρις ΔΑΪΜΗ 13

ΑΘΗΝΑΙ