

ΓΕΩΡΓΙΟΥ Ε. ΛΕΥΚΑΔΙΤΗ

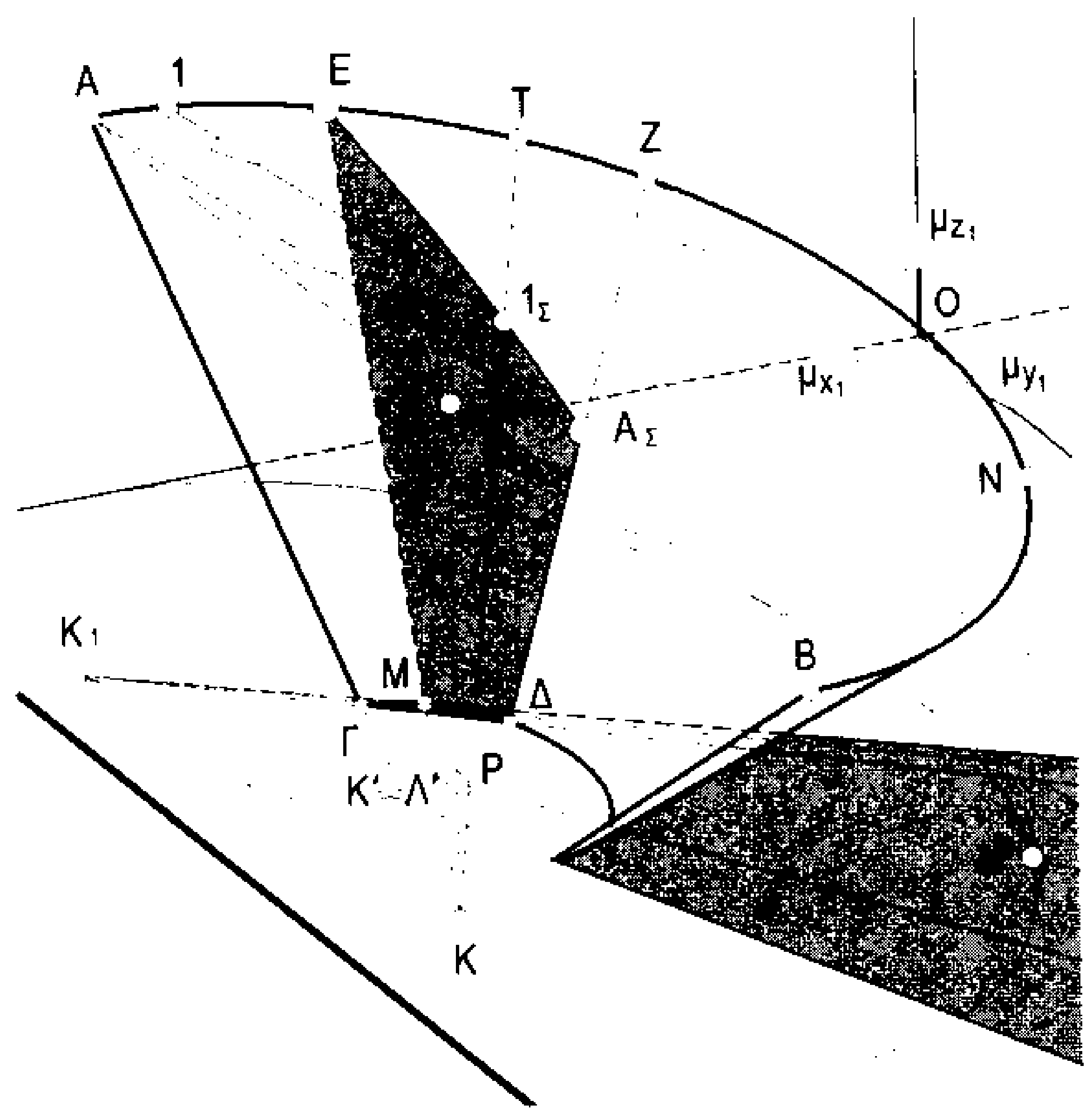
# **ΜΕΘΟΔΟΙ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΩΝ**

**ΑΞΟΝΟΜΕΤΡΙΑ  
ΥΨΟΜΕΤΡΙΑ  
ΣΚΙΑΓΡΑΦΙΑ**

**ΑΘΗΝΑ 2006**

**ΜΕΘΟΔΟΙ  
ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΩΝ**

Faint, illegible text at the top left of the page.



ΕΥΔΟΞΟΣ

ΔΩΡΕΑ  
Τ.Ε.Ι. ΑΘΗΝΑΣ  
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ  
Αρ. ΕΙΣ. 77134

ΓΕΩΡΓΙΟΥ Ε. ΛΕΥΚΑΔΙΤΗ

# ΜΕΘΟΔΟΙ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΩΝ

ΑΞΟΝΟΜΕΤΡΙΑ  
ΥΨΟΜΕΤΡΙΑ  
ΣΚΙΑΓΡΑΦΙΑ

ΑΘΗΝΑ 2006

ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ

Κάθε γνήσιο αντίτυπο φέρει την υπογραφή του συγγραφέα.

Σχεδιασμός εξωφύλλου: Πρώτη σχεδίαση το 1969, βασισμένη σε μια ιδέα του συγγραφέα,  
από τον Αρχιτέκτονα Μηχανικό Αντώνη Νουκάκη.

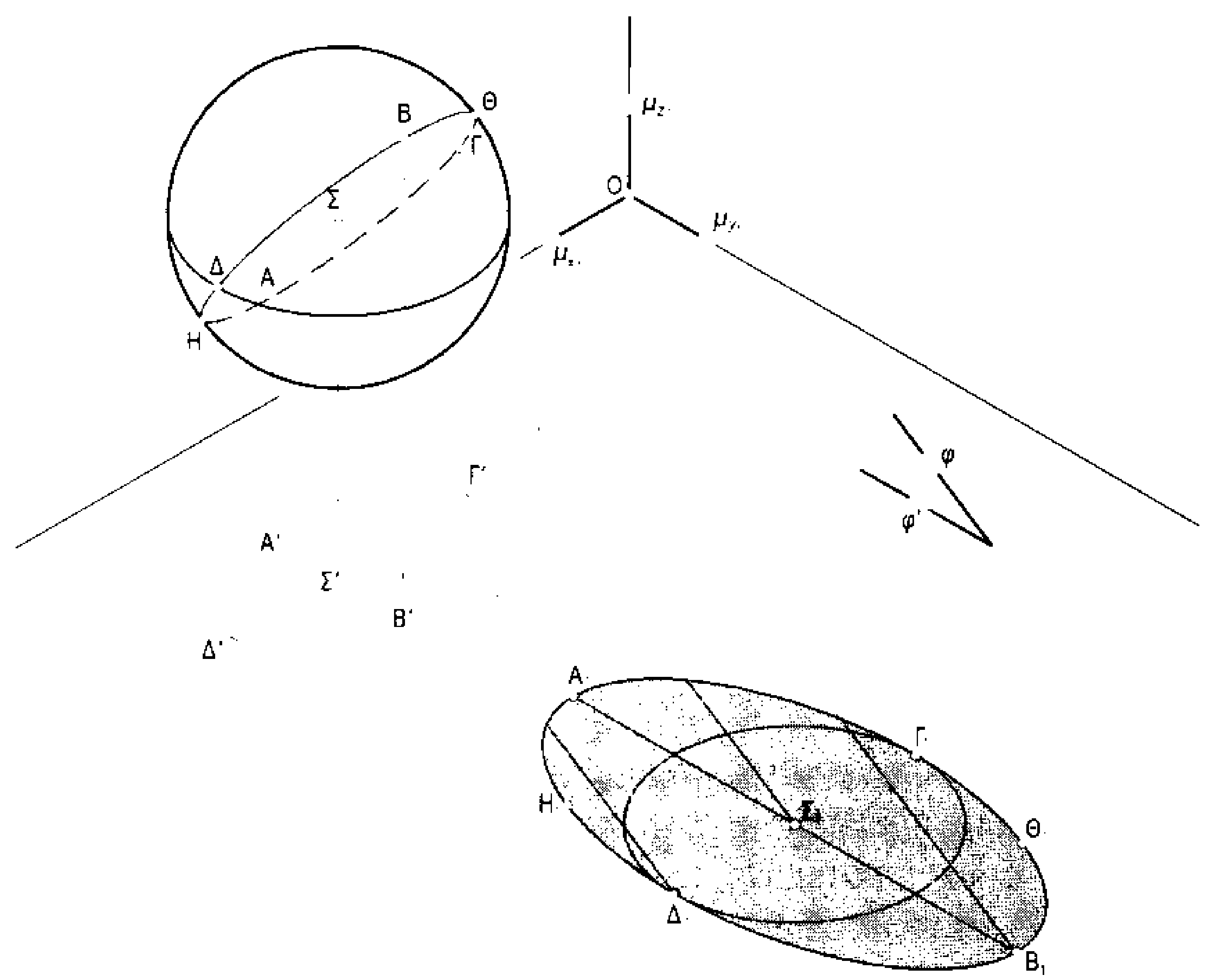
Νέα παρουσίαση εξωφύλλου: Γραφικές Τέχνες Χατζηπέρη, τηλ. 210.3845.613

Δακτυλογράφηση – Σελιδοποίηση : Βίκυ Κουτρούμπα

Φιλμ, μοντάζ: Γραφικές Τέχνες Χατζηπέρη

Εκτύπωση: Βασίλης Χατζηπέρης, τηλ. 22970.26219

ISBN: 960-631-020-5



## ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Αρκετά χρόνια μετά την έκδοση των βιβλίων «Στοιχεία Παραστατικής Γεωμετρίας» και «Η Προοπτική» εκδίδεται ένα ακόμη σχετικό με την Παραστατική Γεωμετρία και το αντικείμενο που μελετά: τις Μεθόδους Παραστάσεων.

Ο Jean Aubert διατυπώνει χαριτολογώντας την άποψη ότι η έκδοση του σχετικού βιβλίου του "Axonometrie" καθυστέρησε, χάνοντας διαδοχικά «τρία ραντεβού». Αντί να εκδοθεί σε εποχές επιστημονικών ή αισθητικών ανακατατάξεων, όπου η παρουσία του θα ήταν αναγκαία και χρήσιμη, όπως έπρεπε κατά την γνώμη του να συμβεί το 1880 ή το 1935 ή το 1975, τελικά εκδόθηκε στο Παρίσι το 1996, εποχή κατά την οποία έχει τεθεί ήδη το ερώτημα: Έχει νόημα η έκδοση βιβλίου με το συγκεκριμένο περιεχόμενο, σήμερα, στην εποχή των ηλεκτρονικών υπολογιστών και του αυτόματου σχεδιασμού;

Ο ίδιος, προβληματιζόμενος, θέτει το θέμα σε διαφορετική βάση, αφού διερωτάται:

«...αρκεί για κάποιον όμως, να πατήσει το πλήκτρο ενός Η/Υ για να πραγματοποιήσει – με μειονέκτημα βέβαια να σκέφτεται λιγότερο – όλων των ειδών τις προβολές και οτιδήποτε επιθυμεί χάρις στα λογισμικά;».

Κατά την άποψή μας καθόλου δεν αρκεί, τουλάχιστον σε επίπεδο τριτοβάθμιας εκπαίδευσης, παρά το γεγονός ότι η αντίθετη άποψη ήταν και είναι διάχυτη και την ενστερνίζονται πολλοί.

Πράγματι, σχεδόν όλοι όσοι ασχολούνται με την εκπαίδευση στα τριτοβάθμια ιδρύματα διαπιστώνουν την ύπαρξη σοβαρού ελλείμματος στη γεωμετρική υποδομή των φοιτητών σε ότι αφορά στην, απόλυτα επιβεβλημένη στους μηχανικούς, αντίληψη του χώρου. Αυτό οφείλεται και στο γεγονός ότι ενώ στο παρελθόν, οτιδήποτε σχετικό με τη Συνθετική Γεωμετρία αποτελούσε αυτονόητο τμήμα της γενικής εκπαίδευσης των μαθητών ήδη από τα Λύκεια, τώρα αντιμετωπίζεται με επιφύλαξη ή θεωρείται έως και περιττό, εντείνοντας με αυτόν τον τρόπο την έλλειψη «οπτικής παιδείας», σε εποχή μάλιστα που η εικόνα γενικότερα χρησιμοποιείται ως καθημερινό μέσον επικοινωνίας.

Επομένως κατά τη γνώμη μας, μέσα σε αυτό το πλαίσιο, η εκπαίδευση των υποψήφιων μηχανικών σε θέματα Γεωμετρίας και μάλιστα στα θέματα της αντιστοιχίας μεταξύ τρισδιάστατου και δισδιάστατου χώρου, είναι περισσότερο αναγκαία από ποτέ, αφού η πρόοδος της τεχνικής ήταν και εξακολουθεί να είναι συνυφασμένη με τις Μεθόδους Παραστάσεων, εφόσον τα τρισδιάστατα αντικείμενα, πριν υλοποιηθούν, παριστάνονται στο χαρτί ή στην οθόνη του Η/Υ. Ακόμη και στα υλοποιημένα ή στα φυσικά αντικείμενα, η μελέτη θεμάτων που σχετίζονται με αυτά γίνεται συνήθως σε δισδιάστατες παραστάσεις τους.

Η ψηφιακή τεχνολογία βέβαια προσφέρει την απαιτούμενη ταχύτητα και ακρίβεια, αφενός στη λύση των προβλημάτων, αφετέρου στην παρουσίαση του τελικού αποτελέσματος. Όμως, στους υποψήφιους μηχανικούς είναι προφανές ότι δεν πρέπει να θεωρείται αρκετό για την επιστημονική τους καλλιέργεια μόνο η γνώση των ψηφιακών εργαλείων και των κατά περίπτωση κατάλληλων προγραμμάτων, όπως ίσως νομίζουν αρκετοί σήμερα. Πιθανόν οι τελευταίοι, εξαιτίας της διαφορετικής εκπαίδευσης που έλαβαν στο παρελθόν, διαθέτουν ήδη την απαιτούμενη γνώση στην επιστημονική υποδομή τους. Ακόμη και αν δεν κάνουν άμεση χρήση της γνώσης αυτής, έχουν την αντίληψη των εννοιών του χώρου και γενικότερα της Γεωμετρίας, που λείπει σήμερα από τους απόφοιτους Λυκείου και επομένως από τους νεοεισερχόμενους στα τριτοβάθμια ιδρύματα.

Το γεγονός ότι οι ηλεκτρονικοί υπολογιστές και τα σχετικά προγράμματα παρέχουν τη δυνατότητα κατάργησης της χρήσης ακόμη και των ορθών προβολών, αφού μπορούν να δώσουν όλα τα απαραίτητα στοιχεία σε μοντέλα 3D, εντούτοις, σε επίπεδο οπτικής επικοινωνίας όλα, δεδομένα και ζητούμενα ενός θέματος, εμφανίζονται μέχρι σήμερα ως δισδιάστατες παραστάσεις στην οθόνη του υπολογιστή, όταν χρησιμοποιούνται από τους τεχνικούς.

Ακόμη και όταν, ειδικά στην Αρχιτεκτονική, επιχειρούνται κατασκευές βασισμένες στις ιδέες των μη Ευκλείδειων Γεωμετριών, τα προβλήματα των οποίων εντέλει λύνονται μέχρι και σήμερα με τη χρήση απλουστευμένων γεωμετρικών στοιχείων, όπως επισημαίνει σε σχετικό άρθρο η Ελένη Αμερικάνου, είτε κατασκευάζονται επιφάνειες που δεν διαθέτουν σαφές μαθηματικό υπόβαθρο, ακόμη και τότε οι Μέθοδοι Παραστάσεων, η θεωρητική υποδομή τους και η μεθοδολογία τους, βρίσκονται στη βάση όλων των, ούτως ή άλλως, προ-κατασκευασμένων προγραμμάτων μελέτης και παρουσίασης των θεμάτων, ανεξάρτητα της μαθηματικής θεωρίας που τα υποστηρίζει, αφού το τελικό αποτέλεσμα είναι η Παράσταση.

Είναι προφανές ότι οι Μέθοδοι Παραστάσεων και το αποτέλεσμά τους, η Παράσταση, συμβάλλουν και με τον εποπτικό τους χαρακτήρα στην ανάπτυξη της αντίληψης του χώρου.

Παραφράζοντας λοιπόν τη ρήση του Αδαμάντιου Κοραή για το «Λεξικό εκάστου Έθνους» μπορούμε να ισχυριστούμε:

Το πρώτο βιβλίο κάθε τεχνικού είναι το βιβλίο εκείνο που αναφέρεται στις επιστημονικές μεθόδους, με τη βοήθεια των οποίων θα μπορέσει να εκφράσει και να διατυπώσει τις άυλες τρισδιάστατες ιδέες του, μέσω των δισδιάστατων συμβόλων, που δεν είναι άλλα από τα λεγόμενα «σχέδια», τα οποία ακόμη σήμερα, όπως και οι κριτικές των τεχνικών ή καλλιτεχνικών έργων κατά τον Πέτρο Μαρτινίδη, μεσολαβούν μεταξύ δημιουργού και έργου, αποτελώντας και αυτά «μεσιτείες του ορατού» και του ιδεατού.

Θέλω να εκφράσω τις ευχαριστίες μου και την ευγνωμοσύνη μου στους φίλους και στους μαθητές μου, χωρίς την βοήθεια των οποίων το βιβλίο αυτό δεν θα ήταν δυνατόν να ολοκληρωθεί.

Οι ευχαριστίες μου απευθύνονται:

Στον Τεχνολόγο Τοπογράφο Μηχανικό Γιώργο Χριστοδούλου και στον Αχιλλέα Θεοφιλά, πτυχιούχο του τμήματος Διακοσμητικής του Τ.Ε.Ι. Αθηνών, με τους οποίους σχεδιάσαμε τα πρώτα καθοριστικά σχέδια, καθώς και στις επίσης Τεχ. Μηχ. Χρυσούλα Κουζινόγλου και Ελισάβετ Μαροπούλου, οι οποίες πήραν τη σκυτάλη από τους προηγούμενους και βοήθησαν να προχωρήσει αρκετά η εργασία.

Στο πρώτο αυτό στάδιο βοήθησαν επίσης η Γιούλη Δανιήλ και η Λίζα Μιχαηλίδου.

Όμως το βιβλίο αυτό δεν θα τελείωνε ποτέ, αν δεν συμμετείχαν ολόψυχα σε μία κοινή προσπάθεια οι Τεχνολόγοι Τοπογράφοι Μηχανικοί, απόφοιτοι του τμήματος Τοπογραφίας του Τ.Ε.Ι. Αθηνών:

Γιώργος Καραβιδές, Βίκυ Κουτρούμπα,  
Ελευθερία Μαράντου, Αλεξάνδρα Νικολοπούλου,  
Αλέκος Φωτακόπουλος, Ησαΐας Φωτιάδης

οι οποίοι σχεδίαζαν και ταυτόχρονα βοηθούσαν στη λύση κάθε παρουσιαζόμενου προβλήματος.

Ευχαριστίες επίσης οφείλω στους φοιτητές, καθώς και στους επίσης Τεχ. Τοπ. Μηχ., απόφοιτους του ίδιου τμήματος: Ναταλία Αναστασιάδου, Αργύρη Βασιλείου, Ηλία Γεωργακόπουλο, Γιώργο Μάνθο και ιδιαίτερα στην Ελένη Κοκκινοπούλου η οποία τακτοποίησε ένα τεράστιο σκορπισμένο υλικό.

Αρκετά προσέφεραν επίσης, πρόθυμα συμμετέχοντας στην επεξεργασία των κειμένων, η Βάσω Λάμπρου, οι συνεργάτιδες Εύα Δημητριάδου, Τεχ. Τοπ. Μηχ., Συντηρήτρια Έργων Τέχνης, φοιτήτρια ΑΣΚΤ και Σοφία Ξενοπούλου - Χουρμούζη, Αρχιτέκτονας Μηχανικός, καθώς και η Ρήνα Δημητριάδου, όπως και ο Αρχ. Μηχ. Χρήστος Μπίρμπας.

Ακόμη ευχαριστώ τους Αρχιτέκτονες Μηχανικούς Μενέλαο Καρπούζη και Μιχάλη Κραουνάκη και τον Μηχανολόγο Μηχανικό Σταύρο Καλόγνωμο για τη ευγενική παραχώρηση των σχεδίων τους.

Θα ήταν παράλειψή μου να μην αναφερθώ στους Αρχιτ. Μηχ. Ηλία Κωνσταντόπουλο, Επίκ. Καθηγητή στο τμήμα Αρχιτεκτόνων Μηχανικών του Πανεπιστημίου Πατρών και Βασίλη Σερέφογλου, Καθηγητή στο Τμήμα Διακοσμητικής του Τ.Ε.Ι. Αθηνών, και να τους ευχαριστήσω για τις υποδείξεις τους σε μερικά από τα θέματα του βιβλίου, στα οποία ζήτησα την γνώμη τους. Ιδιαίτερα με τον πρώτο, καθώς και με την Επίκ. Καθηγήτρια στο ίδιο τμήμα του Παν. Πατρών Αρχ. Μηχ. Κατερίνα Λιάπη, είχαμε συχνά την ευκαιρία να ανταλλάξουμε απόψεις σχετικά με τις σημερινές εκπαιδευτικές ανάγκες της τριτοβάθμιας εκπαίδευσης σε θέματα Γεωμετρίας και μάλιστα στα θέματα Μεθόδων Παραστάσεως και τους τρόπους κάλυψής τους.

Ανάλογες συζητήσεις είχαμε κατά καιρούς και επί της ουσίας του περιεχομένου ενός προγράμματος σπουδών σχολών πολυτεχνικής κατεύθυνσης και κατά συνέπεια με το καταρχήν περιεχόμενο ενός βιβλίου, κατάλληλο για την εκπαίδευση των υποψήφιων μηχανικών, στα ίδια θέματα Γεωμετρίας, με τους Τοπογράφους Μηχανικούς, Καθηγητές στο τμήμα Τοπογραφίας του Τ.Ε.Ι. Αθηνών Πόλυ Ηλιοπούλου και Γιάννη Κιουσόπουλο, με τον συνάδελφο - συνεργάτη Τεχ. Τοπ. Μηχ. Δημήτρη Παπαδόπουλο, τους συνεργάτες μου Αρχ. Μηχ. Παναγιώτη Νικολαΐδη και Βαγγελιώ Πέππα, καθώς και με τους Βασίλη Γεωργιάννη και Θεόδωρο Λόκα, Καθηγητές του μαθήματος της Παραστατικής Γεωμετρίας στο Τ.Ε.Ι. Πειραιώς και Λάρισας αντίστοιχα.

Τέλος, οι ευχαριστίες μου απευθύνονται στη μητέρα μου Χριστίνα Λευκαδίτου, καθώς και στους φίλους μου για την υπομονή τους.

Κλείνοντας, θέλω να μνημονεύσω και να ευχαριστήσω καθυστερημένα, τους δυστυχώς απόντες πλέον Καθηγητές μου Γεώργιο Τσάμη και Παναγιώτη Λαδόπουλο. Ιδιαίτερα πρέπει να σταθώ στα συγγράμματα και στις ανακοινώσεις του Καθηγητή Παναγιώτη Λαδόπουλου, που ακόμη και σήμερα αποτελούν, όπως και στα φοιτητικά μου χρόνια απετέλεσαν, οδηγό στη σκέψη μου, όχι μόνο για την γεωμετρική αντίληψη που καλλιεργούν, αλλά, κυρίως, για τις βάσεις που θέτουν στη διεύρυνση του πνευματικού ορίζοντα των Μηχανικών.

Το βιβλίο αυτό αφιερώνω στην μνήμη του πατέρα μου Ευάγγελου Λευκαδίτη.



# ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η καθολική χρήση της *επίπεδης παράστασης*<sup>1</sup> των τρισδιάστατων αντικειμένων υπό τη μορφή σχεδίου στο χαρτί (ή σε άλλα υλικά παλαιότερα) και σήμερα στην οθόνη των Η/Υ, οφείλεται στην ανάγκη του ανθρώπου να *βλέπει*<sup>2</sup> και να διαχειρίζεται την *ιδέα του υλοποιημένη σε ένα επίπεδο*. Η ανάγκη αυτή γίνεται προφανώς *επιτακτικότερη* στους τεχνικούς, οι οποίοι γι' αυτόν ακριβώς το λόγο, χρησιμοποιούν τον δισδιάστατο χώρο (επίπεδο) ως υποκατάστατο του τρισδιάστατου χώρου<sup>3</sup>, μελετώντας «αντ'αυτού» επίπεδες παραστάσεις του.

Για να επιτευχθεί η επίπεδη παράσταση τρισδιάστατου αντικείμενου χρησιμοποιούνται οι *Μέθοδοι Παραστάσεων*, που αποτελούν αντικείμενο της *Παραστατικής Γεωμετρίας*. Ο κλάδος αυτός της Γεωμετρίας ασχολείται με τη λύση του θεωρητικού και ταυτόχρονα τεχνικού προβλήματος της *παράστασης* του τρισδιάστατου χώρου στο δισδιάστατο και έχει θεωρητικό υπόβαθρο στην Προβολική Γεωμετρία.

Η παράσταση και το τρισδιάστατο αντικείμενο που παριστάνεται με αυτήν, με την βοήθεια των Μεθόδων Παράστασης, συνδέονται με μία αντιστοιχία, ανάλογη με αυτήν που συνδέει μια λέξη με το εννοιολογικό της περιεχόμενο. Άλλωστε, οι παραστάσεις, όπως και ο γραπτός λόγος, είναι *σύμβολα και μέσα επικοινωνίας*.

Οι Μέθοδοι Παραστάσεων είναι ο θεωρητικός και ταυτόχρονα τεχνικός κλάδος της Γεωμετρίας, που ενοποιεί πολλούς κλάδους των Τεχνικών Επιστημών, των οποίων αποτελεί προϋπόθεση, είτε για την εξέλιξή τους, είτε για την καλύτερη αντιμετώπιση των προβλημάτων τους. Οι κλάδοι αυτοί είναι εκείνοι, στους οποίους η έννοια «τρειςδιάστατος χώρος» είναι συστατικό τους στοιχείο, όπως είναι επιστημονικές περιοχές που αποτελούν αντικείμενο μελέτης των Αρχιτεκτονικών Σχολών ή των Σχολών Πολιτικών, Τοπογράφων, Μηχανολόγων, Ναυπηγών και λοιπών Μηχανικών, Διακοσμητών κλπ.

Η καλλιέργεια της γνώσης των Μεθόδων Παράστασης κατά τη διάρκεια της εκπαίδευσης των υποψήφιων μηχανικών και των τεχνικών γενικότερα αποτελεί την προϋπόθεση για ευρεία και σαφή αντίληψη του τρισδιάστατου χώρου.

Οι μηχανικοί και οι σχεδιαστές και γενικότερα όλοι οι τεχνικοί στην καθημερινή παραγωγή του έργου τους χρησιμοποιούν τις Μεθόδους Παραστάσεων, που προσφέρει η Παραστατική Γεωμετρία, ακόμα κι όταν αυτό δε γίνεται συνειδητά και πολύ περισσότερο με σαφή γνώση των απαιτούμενων γεωμετρικών νόμων. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι οι μέθοδοι αυτές δίνουν μία εύκολα σχεδιαζόμενη και εύχρηστη επίπεδη παράσταση του τρισδιάστατου αντικείμενου το οποίο περιγράφουν, παρέχοντας ταυτόχρονα τη δυνατότητα, συνήθως κατά ζεύγη επίπεδων παραστάσεων, να οριστεί πλήρως το ζητούμενο αντικείμενο, είναι δηλαδή κατασκευαστικά σχέδια. Το «συνήθως» χρησιμοποιείται υπό την έννοια ότι θεωρητικά αλλά και τεχνικά είναι εφικτό από *μία και μόνο* επίπεδη παράσταση να προκύψει η δυνατότητα κατασκευής του τρισδιάστατου αντικείμενου. Η επίπεδη αυτή παράσταση οφείλει να περιέχει προφανώς όλα εκείνα τα απαραίτητα στοιχεία, με τη βοήθεια των οποίων θα επιτευχθεί η κατασκευή αυτή, στοιχεία τα οποία ορίζονται με την κατάλληλη Μέθοδο Παράστασης.

Επομένως, οι Μέθοδοι Παραστάσεων προσφέρουν στους τεχνικούς, αφενός το κατάλληλο θεωρητικό υπόβαθρο για την παρουσίαση ενός τρισδιάστατου αντικείμενου στο επίπεδο, αφετέρου –αντίστροφα– παρέχουν τις απαιτούμενες πληροφορίες για τον πλήρη καθορισμό του μέσα από την ανάγνωση και κατανόηση δισδιάστατων παραστάσεών του. Δηλαδή, οι Μέθοδοι Παραστάσεων χρησιμοποιούνται με ευθύ και αντίστροφο τρόπο, ως δύο όψεις του ίδιου νομίσματος:

Ο τρισδιάστατος χώρος και ό,τι εμπεριέχει είναι η μία όψη και ταυτίζεται με το χώρο του υπό κατασκευή τρισδιάστατου έργου του μηχανικού, ενώ η άλλη συνιστά τα γνωστά «σχέδια», τα οποία δημιουργούνται, *όλα ανεξαιρέτως*, με την εφαρμογή των Μεθόδων Παραστάσεων, ακόμα κι όταν η εφαρμογή αυτή επιτυγχάνεται με απλές *εμπειρικές μεθόδους*.

Η καθολική χρήση των Μεθόδων της Παράστασης οφείλεται, αφενός στην ευκολία σχεδίασης και στην δυνατότητα, αντίστροφα, της κατασκευής του τρισδιάστατου αντικειμένου από τις παραστάσεις του και αφετέρου στο γεγονός ότι τα σχέδια που προκύπτουν απ' αυτές δίνουν μία εκφραστική –άλλοτε περισσότερο και άλλοτε λιγότερο, ανάλογα με τη χρησιμοποιούμενη Μέθοδο Παράστασης– επίπεδη εικόνα του τρισδιάστατου αντικειμένου.

Επιπλέον σήμερα οι Μέθοδοι αυτές, ανεξάρτητα της μαθηματικής θεωρίας με την οποία υλοποιούνται, αποτελούν το όχημα με τη βοήθεια του οποίου επιτυγχάνεται η σχεδίαση στους Η/Υ. Το γεγονός αυτό συντελεί, ιδιαίτερα στην εποχή μας, στην χρήση του συνόλου των μεθόδων, ακόμη και εκείνων, όπως το αξονομετρικό ή το προοπτικό σχέδιο, που η χρήση τους περιοριζόταν στο παρελθόν σε ειδικές εφαρμογές και γινόταν από μερικές μόνο ειδικότητες μηχανικών ή σχεδιαστών, ανάλογα με την περίπτωση και τις απαιτήσεις.

Η έννοια της παράστασης του τρισδιάστατου χώρου σε ένα επίπεδο είναι μία έννοια έμφυτη στον άνθρωπο, όπως επιβεβαιώνεται και από πολύ πρόσφατες έρευνες. Στις εικαστικές τέχνες ιδιαίτερα η αλήθεια της παρατήρησης αυτής είναι προφανής, αφού οι βραχογραφίες των σπηλαίων που φιλοτέχνησε ο παλαιολιθικός άνθρωπος προσφέρουν μία εξαιρετική ένδειξη<sup>4</sup>. Εδώ πρέπει να σημειώσουμε ότι οι βραχογραφίες αυτές πιθανόν να αποτελούν ύστερο στάδιο καλλιτεχνικής έκφρασης, αφού στα πρώιμα στάδιά της, κατά μία πολύ ενδιαφέρουσα άποψη, η προσπάθεια εντοπιζόταν στην απόδοση καλλιτεχνικού έργου σε *φυσικό τρισδιάστατο μέγεθος*<sup>5</sup> και όχι στην όσο το δυνατόν καλύτερη προσέγγιση επίπεδης εικόνας του.

Σήμερα από ανάγκη ορμώμενοι, προσπαθούμε σε τεχνικό επίπεδο να αντιληφθούμε τρισδιάστατα, μέσω ψευδαισθήσεων (virtual reality: εικονική πραγματικότητα), *πριν από την κατασκευή του*, το προς κατασκευήν αντικείμενο, με χρήση ειδικών -συνήθως ηλεκτρονικών- μηχανισμών<sup>6</sup>. Μ' αυτήν την έννοια, ο τεχνικός του κοντινού μέλλοντος, που, μέσω της εικονικής πραγματικότητας και της ψευδαίσθησης που αυτή θα του παρέχει, θα υλοποιεί με κάποιο τρόπο την τρισδιάστατη αντίληψη-αίσθηση του αντικειμένου που πρόκειται να κατασκευάσει, προκειμένου, είτε να το μελετήσει καλύτερα, είτε να το επιδείξει στους ενδιαφερομένους πριν από την κατασκευή του, θα συμπίπτει ουσιαστικά με τους πρωτόγονους εκείνους, που για λόγους καλλιτεχνικής έκφρασης αυτοί πρώτοι, προσπάθησαν να αποδώσουν έργα τέχνης σε φυσικό μέγεθος.

Ίσως όμως πλησιάζει η μέρα, που η παράσταση του τρισδιάστατου χώρου στο δισδιάστατο, για λόγους χρήσης στην τεχνική, θα στερείται αξίας, με την προϋπόθεση βέβαια ότι θα υπάρξει μια τελείως διαφορετική τεχνολογία, που θα επιτρέπει στο υπό κατασκευήν τρισδιάστατο αντικείμενο να αντιστοιχεί απευθείας σε τρισδιάστατο αντικείμενο (έστω υπό κλίμακα), χωρίς όμως να μεσολαβούν επίπεδο ή επίπεδα (ή άλλες επιφάνειες) μεταξύ της ιδέας του δημιουργού και της τρισδιάστατης υλοποίησής της<sup>7</sup>.

Τα τελευταία 30 χρόνια, εξαιτίας της εισβολής των Η/Υ στην τεχνική, έγινε μια πλήρης επανεκτίμηση και αναδιάρθρωση των μεθόδων και των τεχνικών λύσεων των προβλημάτων που αντιμετωπίζει ο μηχανικός σε καθημερινό επίπεδο. Η μεγάλη ταχύτητα εκτέλεσης των υπολογισμών μέσω Η/Υ, τα πρώτα χρόνια της μαζικής χρήσης τους, έδωσε τη δυνατότητα ανάπτυξης μεθόδων λύσης προβλημάτων της τεχνικής με τη βοήθεια κυρίως υπολογισμών, χωρίς ποτέ όμως να σταματήσει η σχεδιαστική παράσταση των θεμάτων στο χαρτί, πάντοτε με τη χρήση των Μεθόδων Παράστασης, αφού μόνον οι υπολογιστικές μέθοδοι δεν ήταν ικανές να καλύψουν την ανάγκη του ανθρώπου και ιδιαίτερα του τεχνικού, όπως ήδη αναφέρθηκε, να «βλέπει» και να διαχειρίζεται την ιδέα του έστω και σε «σχέδιο» πριν την υλοποίησή της. Υπήρξε δηλαδή ένα μεταβατικό στάδιο, σε σχέση με την σημερινή κατάσταση, κατά την οποία το σχεδιαστικό μέρος της λύσης των προβλημάτων γινόταν με τις παραδοσιακές μεθόδους στο σχεδιαστήριο, οι οποίες όμως ήταν πλέον πολύ αργές για να καλύψουν τις συνεχώς αυξανόμενες απαιτήσεις.

Η ανάγκη της σχεδίασης με ταχύτητα, ακρίβεια και ευκολία οδήγησε τα τελευταία χρόνια στην εμφάνιση χαμηλού κόστους Η/Υ, και κατάλληλων προγραμμάτων με εύκολο χειρισμό και με δυνατότητα σχεδιασμού σε οθόνη και στη συνέχεια στο χαρτί. Αυτό είχε ως αποτέλεσμα να χρησιμοποιούνται πλέον και στο πιο απλό τεχνικό γραφείο όλες οι συνήθεις γεωμετρικές Μέθοδοι Παράστασης<sup>8</sup>, αν λάβουμε βέβαια υπόψη μας ότι οι επίπεδες παραστάσεις και εικόνες που εμφανίζονται στις οθόνες των υπολογιστών δεν είναι τίποτε άλλο από τις ορθές προβολές, τα αξονομετρικά και προοπτικά σχέδια των τρισδιάστατων αντικειμένων, *δηλαδή τα αποτελέσματα των Μεθόδων Παραστάσεων*, που τώρα όμως η παρουσίασή τους, ως τελικό προϊόν, επιτυγχάνεται με τη βοήθεια της Θεωρητικής και της Εφαρμοσμένης Πληροφορικής.

Είναι βέβαια σαφές ότι για την ανάπτυξη της Γεωμετρικής συνείδησης και φαντασίας των υποψηφίων τεχνικών δεν αρκεί η γνώση της διαδικασίας, μέσω της χρήσης προγραμμάτων, για τη σχεδίαση του εμφανιζόμενου στην οθόνη αποτελέσματος, εκτός εάν, η πάντοτε –δικαίως– επιδιωκόμενη ταχύτητα και ακρίβεια καθώς και ο εντυπωσιασμός που προσφέρεται από τους Η/Υ, είναι τα *μόνα* ζητούμενα ή μπορούν να θεωρηθούν ως ικανοποιητικός στόχος στην εκπαίδευσή τους.

Αν δεχθούμε το προφανές – ότι ένας τέτοιος στόχος δεν είναι αρκετός για την καλλιέργεια των τεχνικών της τριτοβάθμιας εκπαίδευσης, σε ότι αφορά στην κατανόηση του τρισδιάστατου χώρου και στην εν συνεχεία παράστασή του

στο δισδιάστατο, ως ένα υποκατάστατό του – γίνεται φανερή η ανάγκη της γεωμετρικής μελέτης των Μεθόδων Παραστάσεων και των αποτελεσμάτων τους, δηλαδή των Παραστάσεων, κάτω από το πρίσμα του «συνθετικού πνεύματος». Ως συνθετικό πνεύμα εννοούμε την μελέτη και χρήση των γραφικών ιδιοτήτων στη λύση των τεχνικών προβλημάτων<sup>9</sup> και όχι μόνο των μετρικών υπό μορφή υπολογισμών.

Σήμερα – και χάρις στους Η/Υ – δίνεται η ευκαιρία στους υποψήφιους μηχανικούς, φοιτητές της τριτοβάθμιας εκπαίδευσης, να διεισδύσουν στην ερμηνεία των γεωμετρικών νόμων και ιδιαίτερα των γραφικών ιδιοτήτων των σχημάτων, τόσο αναγκαίων για την αντίληψη του τρισδιάστατου χώρου και της παράστασής του στο δισδιάστατο, αφού ο χρόνος που απαιτείτο για τη σχεδίαση ενός θέματος με τις κλασικές μεθόδους σχεδίασης μπορεί τώρα να παραχωρηθεί για τη μελέτη των ιδιοτήτων αυτών. Η ταχύτητα, η ακρίβεια και η γενική ευκολία που παρέχουν στη σχεδίαση οι Η/Υ προσφέρουν τη δυνατότητα καλύτερης εκμετάλλευσης του χρόνου που απαιτείται για τη μελέτη των παραπάνω θεμάτων<sup>10</sup>.

Οι Μέθοδοι Παραστάσεων που χρησιμοποιούνται από τους τεχνικούς στις συνηθισμένες εφαρμογές είναι:

1. Η Μέθοδος Monge.
2. Η Υψομετρία (Υψομετρική ή Τοπογραφική Μέθοδος).
3. Η Αξονομετρία.
4. Η Προοπτική.

Εκτός από αυτές τις μεθόδους υπάρχουν και μελετώνται, συνήθως σε θεωρητικό επίπεδο, και άλλες όπως η Κεντρική και η Παράλληλη Προβολή. Των δύο αυτών τελευταίων μεθόδων μάλιστα, ειδικές εφαρμογές αποτελούν η Προοπτική και η Αξονομετρία αντίστοιχα.

Σε όλες τις παραπάνω Μεθόδους Παράστασης προϋποτίθεται, όπως ήδη αναφέρθηκε, ότι η επιφάνεια παράστασης, δηλαδή η επιφάνεια σχεδίασης, είναι απευθείας επίπεδο  $e$ . Εν τούτοις, υπάρχουν Μέθοδοι Παραστάσεων, όπου σε πρώτο στάδιο, το τρισδιάστατο αντικείμενο αντιστοιχίζεται σε σφαιρική, κυλινδρική ή κωνική επιφάνεια και στη συνέχεια, σε δεύτερο στάδιο, στο επίπεδο σχεδίασης  $e$ , στο οποίο σχεδιάζεται πλέον η ζητούμενη τελική παράσταση του τρισδιάστατου αντικειμένου<sup>11</sup>.

Στο παρελθόν, σε τρεις προηγούμενους τόμους, έχουμε αναφερθεί αναλυτικά σε δύο Μεθόδους Παράστασης:

1. Στη Μέθοδο Monge («Στοιχεία Παραστατικής Γεωμετρίας, τόμοι I & II»).
2. Στην Προοπτική.

Στο συγκεκριμένο βιβλίο θα ασχοληθούμε με τις άλλες δύο μεθόδους της Παραστατικής Γεωμετρίας<sup>12</sup>, την Αξονομετρία και την Υψομετρία (Υψομετρική ή Τοπογραφική Μέθοδο) και επιπλέον με τη Σκιαγραφία στο σύστημα της μεθόδου Monge και της Αξονομετρίας, αφού η Σκιαγραφία στην Προοπτική έχει ήδη μελετηθεί στο αντίστοιχο βιβλίο.

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟ

Το βιβλίο αυτό αποτελείται από τρία μέρη.

1. Στο πρώτο μέρος επιχειρείται μια μελέτη της Αξονομετρίας, δίνοντας έμφαση στους άξονες και στη σχέση που έχει η μεταβολή τους με το ζητούμενο αποτέλεσμα. Ακόμη τονίζεται η σχέση της Αξονομετρίας με την μέθοδο των ορθών προβολών του Monge, επισημαίνοντας ότι η δεύτερη μπορεί να θεωρηθεί ειδική περίπτωση της πρώτης.

Στο κυρίως κείμενο αναφέρονται οι βασικές αρχές της Αξονομετρίας, ενώ οι αναγκαίες αποδείξεις δίνονται ανεξάρτητα στις εκτεταμένες σημειώσεις, στις οποίες, ειδικά για το βασικό θεώρημα του Pohlke, υπάρχει πλήρης απόδειξη και κατασκευή.

2. Στο δεύτερο μέρος περιγράφονται οι αρχές της Σκιαγραφίας, οι οποίες εφαρμόζονται στην Αξονομετρία και στο σύστημα της Μεθόδου Monge, σε μια σειρά από απλές έως πιο σύνθετες ασκήσεις. Και εδώ, στις αντίστοιχες σημειώσεις, συσχετίζονται θέματα που αναφέρονται στη Σκιαγραφία, μαζί με κατασκευές και αποδείξεις που υποστηρίζονται κυρίως από τη Μέθοδο Monge.

3. Στο τρίτο μέρος περιέχονται οι βασικές αρχές της μεθόδου της ορθής προβολής σε ένα επίπεδο με τη χρήση υψομέτρου, την οποία ονομάζουμε Υψομετρία ή Τοπογραφική μέθοδο. Στο μέρος αυτό αναπτύσσονται απλά θέματα εφαρμογής σε χωματισμούς και στέγες, που αποτελούν συνήθη αντικείμενα μελέτης στα προγράμματα σπουδών των τριτοβάθμιων ιδρυμάτων.

Η εκτεταμένη διεθνής βιβλιογραφία η οποία περιλαμβάνεται στο τέλος του βιβλίου, από διάφορες χώρες, εποχές και περιόδους και σε συναφή ως προς το περιεχόμενο του βιβλίου αντικείμενα, τονίζει την δυναμική της επιστημονικής αυτής περιοχής και τη σταθερή αξιοποίησή της σε παγκόσμιο επίπεδο. Στην ελληνική βιβλιογραφία, που έχει το νόημα της καταγραφής, έχει συμπεριληφθεί το σύνολο σχεδόν των βιβλίων οποιουδήποτε επιπέδου, καθώς και των πανεπιστημιακών σημειώσεων, που έχουν εκδοθεί από την αρχή του 20<sup>ου</sup> αιώνα έως σήμερα και αφορούν στις Μεθόδους Παραστάσεων.

Γίνεται ιδιαίτερη αναφορά στο συνέδριο που έγινε στο Βόλο, στο τμήμα Αρχιτεκτόνων Μηχανικών της πολυτεχνικής σχολής του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας, από 21 έως 23 Οκτωβρίου 2005, με τίτλο «Η αναπαράσταση ως όχημα αρχιτεκτονικής σκέψης» και έχουν επιλεγεί μερικές από τις πολλές ανακοινώσεις και εισηγήσεις που αφορούν κατά τη γνώμη μας περισσότερο στο περιεχόμενο του βιβλίου αυτού.

## ΣΥΝΤΟΜΟ ΙΣΤΟΡΙΚΟ ΤΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗΣ

Στο βιβλίο «Η Προοπτική» έχει δοθεί ένα μικρό ιστορικό της μεθόδου αυτής.

### 1. Υψομετρία

Η Μέθοδος της Υψομετρίας εισάγεται καταρχήν στην Τοπογραφία από τον γεωγράφο P. Buache (Παρίσι 1700-1773) και τους μηχανικούς του γαλλικού στρατού Chatillon (πρώτος διοικητής της στρατιωτικής σχολής Mezieres, στην οποία φοίτησε αργότερα και ο G. Monge) και Millet de Mureau (1756-1825). Με τη μαθηματική μελέτη του θέματος πρώτοι ασχολήθηκαν οι Ολλανδοί M.S. Cruquius (1678-1754) και M. Bolstra (1700-1776). Ο Gaspard Monge (1746-1818) συνέβαλε επίσης στην εξέλιξη της μεθόδου αυτής, η οποία από το 1802 εισάγεται στο πρόγραμμα σπουδών των σχολών των μηχανικών.

### 2. Αξονομετρία

Η Αξονομετρία, αν και ως παράλληλη προβολή εμφανίζεται στους προϊστορικούς χρόνους με τις βραχογραφίες και εφαρμόζεται ήδη από τα αρχαία χρόνια, παρουσιάζεται οργανωμένα στις αρχές του 19<sup>ου</sup> αιώνα.

Ο πρώτος που ασχολήθηκε με την Αξονομετρία φέρεται ότι ήταν ο καθηγητής του Cambridge William Farish (1759-1837), ο οποίος το 1820 δημοσιεύει μία εργασία με τίτλο «On isometrical Perspective», στην οποία παρουσιάζει εμπειρικά την ισομετρική αξονομετρία. Σκοπός του ήταν, με τη μέθοδο αυτή, να επιτυγχάνονται πιο κατανοητές και εύληπτες παραστάσεις των τρισδιάστατων αντικειμένων, από αυτές που έδιναν αφενός η προοπτική και αφετέρου οι ορθές προβολές, τουλάχιστον στα σημεία που υπήρχε ανάγκη μεγαλύτερης διευκρίνισης.

Από τους πρώτους που ασχολήθηκε με την μαθηματική μελέτη της αξονομετρίας ήταν ο Γερμανός Ludwing Julius Weisbach (1806-1871) ο οποίος επιπλέον σχεδιάζει πρώτος αξονομετρικά στα οποία έχει προστεθεί σκιά.

Ο όρος Αξονομετρία εμφανίζεται για πρώτη φορά το 1852.

Το 1856 ο O. Schlotmilch αποδεικνύει το θεώρημα του ορθοκέντρου στην ορθή Αξονομετρία, παρουσιάζοντας και το ομώνυμο θεώρημά του, ενώ το 1831 ο Gauss ασχολείται επίσης με το θέμα. Τέλος, ο Denizot επινοεί το τρίγωνο των ιχνών.

Το βασικό θεώρημα της Αξονομετρίας, παρουσιάζεται για πρώτη φορά το 1853 από τον Γερμανό μαθηματικό και καθηγητή της περίφημης Σχολής Μεταλλωρύχων του Φράϊμπεργκ Karl Pohlke (1810-1876) και το 1860 δημοσιεύεται από τον ίδιο, χωρίς απόδειξη, στο βιβλίο του «Darstellende Geometrie». Από τότε έχουν δοθεί πολλές αποδείξεις στο θεώρημα αυτό με πρώτη το 1863 από τον Hermann Amandus Schwarz (1843-1922).

### 3. Μέθοδος Monge

Ο Gino Loria αναφέρει στην «Ιστορία των Μαθηματικών»<sup>13</sup> ότι ο A. Dürer (1471-1528) είναι ο πρώτος Γερμανός που έγραψε Παραστατική Γεωμετρία, αφού «...εις το βιβλίο IV του έργου του, όπου διδάσκεται η κατασκευή και η παράσταση των κανονικών και ημικανονικών πολυέδρων, γίνεται προοπτική των απεικόνισης και λαμβάνονται τα αναπτύγματά των εφ' ενός επιπέδου».

«... Εάν λοιπόν ο Dürer εθεωρήθη ως πρώτος γερμανός που έγραψε παραστατική γεωμετρίαν (Gerhart: Geschichte der Matematik in Deutschland, σελ. 26, Μόναχον, 1877), τούτο, αν δεν περιέχη κάποιαν υπερβολήν, δεν στερείται εν πάση περιπτώσει βάσεως».

«... Δεν υπάρχει αμφιβολία ότι, εάν ο Dürer εύρισκε συνεχιστάς και μαθητάς, αι μέθοδοι παραστάσεως των σχημάτων δεν θα εβράδυνον τρεις περίπου ακόμη αιώνας ν' αποτελέσουν ένα νέον και σημαντικόν κεφάλαιον της γενικής γεωμετρίας. Εκείνοι οι οποίοι ήλθον μετά τον Dürer – και δεν ήσαν Γερμανοί, αλλά Ιταλοί, δεν ήσαν δε ούτε καλλιτέχναι, αλλά επιστήμονες – επεδόθησαν περισσότερο εις το να καταστήσουν τελειότερας τας μεθόδους της προοπτικής».

Οι πρώτες θεμελιωμένες ιδέες για τις ορθές προβολές σε ζεύγος επιπέδων, σχετίζονται με προβλήματα οχυρωματικών έργων, των οποίων οι λύσεις απαιτούσαν πολύπλοκους και μακροσκελείς υπολογισμούς. Ο Gaspard Monge (1746-1818) αντιμετώπισε τα προβλήματα αυτά με έναν εξαιρετικά εμπνευσμένο τρόπο, όταν έγινε μαθητής στην στρατιωτική σχολή Mezieres και εκεί ανέπτυξε τις βασικές αρχές, μελετώντας την ορθή προβολή σε δύο επίπεδα προβολής. Έτσι, η μέθοδος Monge ιδρύθηκε έχοντας ως αφορμή ένα πρακτικό πρόβλημα, όπως συχνά συμβαίνει στις επιστήμες.

Μεταξύ 1794 και 1798 ο G. Monge αναπτύσσει την ομώνυμη μέθοδό του, την οποία παρουσιάζει το 1794 όταν τη διδάσκει για πρώτη φορά στην Ecole Normale στο Παρίσι.

# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΡΟΛΟΓΟΣ .....	8
ΕΙΣΑΓΩΓΗ .....	10

## ΠΡΩΤΟ ΜΕΡΟΣ

### ΑΞΟΝΟΜΕΤΡΙΑ

§ 1. ΓΕΝΙΚΑ .....	14
I. ΔΥΝΑΤΟΤΗΤΑ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ .....	14
II. ΨΕΥΔΑΙΣΘΗΣΗ ΤΡΙΣΔΙΑΣΤΑΤΟΥ .....	17
§ 2. ΑΞΟΝΟΜΕΤΡΙΚΗ ΠΡΟΒΟΛΗ .....	17
I. ΠΑΡΑΛΛΗΛΗ ΠΡΟΒΟΛΗ – ΟΡΙΣΜΟΙ .....	18
II. ΤΟ ΑΞΟΝΟΜΕΤΡΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ-ΒΑΣΙΚΑ ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ .....	19
1. Λόγος Αναγωγής .....	19
Θεώρημα 1 .....	20
Θεώρημα 2 .....	20
2. Αξονομετρικό Τρίγωνο .....	20
Θεώρημα 3 .....	21
3. Αξονομετρικές Προβολές .....	21
III. ΕΙΔΗ ΑΞΟΝΟΜΕΤΡΙΚΗΣ ΠΡΟΒΟΛΗΣ .....	24
IV. ΘΕΩΡΗΜΑ Κ. ΡΟΗΛΚΕ .....	26
V. ΑΞΙΟΣΗΜΕΙΩΤΕΣ ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ ΑΞΟΝΟΜΕΤΡΙΑΣ .....	27
1. ΟΡΘΗ ΑΞΟΝΟΜΕΤΡΙΑ .....	28
α. ΙΣΟΜΕΤΡΙΑ .....	28
β. ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ .....	29
2. ΠΛΑΓΙΑ ΑΞΟΝΟΜΕΤΡΙΑ .....	30
α. ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ CAVALIERE .....	30
β. ΜΕΤΩΠΙΚΗ CAVALIERE .....	32
VI. ΕΙΔΙΚΕΣ ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ .....	34
VII. ΘΕΑΣΗ ΑΠΟ ΚΑΤΩ .....	37
§ 3. ΑΞΟΝΟΜΕΤΡΙΑ ΚΑΙ ΜΕΘΟΔΟΣ MONGE .....	39
I. ΘΕΩΡΗΜΑ .....	39
II. ΟΡΘΗ ΑΞΟΝΟΜΕΤΡΙΑ .....	40
1. Γενικά .....	40
2. Κατασκευή Αξόνων .....	40
3. Αξονομετρικό σημείου A .....	41
III. ΕΠΙΠΕΔΟ ΑΞΟΝΟΜΕΤΡΙΑΣ ΕΙΝΑΙ ΤΟ $e_1$ .....	46
Μέθοδος 1 .....	46
Μέθοδος 2 .....	46
IV. ΕΠΙΠΕΔΟ ΑΞΟΝΟΜΕΤΡΙΑΣ ΕΙΝΑΙ ΤΟ $e_2$ .....	48
Μέθοδος 1 .....	48
Μέθοδος 2 .....	48
V. ΜΕΘΟΔΟΣ ΑΛΛΑΓΗΣ .....	52
Περίπτωση 1 .....	52

Περίπτωση 2 .....	56
<b>§ 4. ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ</b> .....	57
I. ΚΥΚΛΟΣ .....	57
II. ΚΩΝΟΣ .....	60
III. ΚΥΛΙΝΔΡΟΣ .....	61
IV. ΣΦΑΙΡΑ .....	62
1. Παράσταση με Ορθή Αξονομετρία .....	62
2. Παράσταση με Μετωπική Cavaliere .....	64
V. ΥΠΕΡΒΟΛΙΚΟ ΠΑΡΑΒΟΛΟΕΙΔΕΣ .....	66
1. Παράσταση με Αξονομετρική προβολή .....	66
2. Παράσταση στο σύστημα Monge .....	66
3. Εφαρμογή .....	67
VI. ΕΛΙΚΕΣ .....	71
1. Κυλινδρική .....	71
2. Κωνική .....	74
3. Σφαιρική .....	75
VII. ΣΤΑΥΡΟΘΟΛΙΑ .....	79
1. Γενικά .....	79
2. Ρωμαϊκό .....	80
3. Μοναστηριακό .....	83
4. Γοτθικό .....	84
VIII. ΑΣΠΙΣ ΕΠΙ ΛΟΦΙΩΝ .....	86
<b>ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΗ ΑΞΟΝΟΜΕΤΡΙΑΣ</b> .....	88

**ΔΕΥΤΕΡΟ ΜΕΡΟΣ****ΣΚΙΑΓΡΑΦΙΑ**

<b>§ 1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ</b> .....	92
I. ΓΕΝΙΚΑ .....	92
II. ΟΡΙΣΜΟΙ .....	93
III. ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΦΩΤΕΙΝΗΣ ΑΚΤΙΝΑΣ .....	94
<b>§ 2. ΕΡΡΙΜΜΕΝΗ ΣΚΙΑ ΣΤΟ ΟΡΙΖΟΝΤΙΟ ΕΠΙΠΕΔΟ ΠΡΟΒΟΛΗΣ <math>e_1</math></b> .....	96
I. ΣΗΜΕΙΟ .....	96
II. ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΟ ΤΜΗΜΑ .....	97
III. ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΠΡΟΒΟΛΩΝ ΑΥΤΟΣΚΙΑΣΜΕΝΟΥ ΤΡΙΓΩΝΟΥ .....	99
IV. ΠΥΡΑΜΙΔΑ – ΠΡΙΣΜΑ .....	101
V. ΓΕΝΙΚΟΙ ΝΟΜΟΙ ΑΥΤΟΣΚΙΑΣ – ΕΡΡΙΜΜΕΝΗΣ ΣΚΙΑΣ .....	101
VI. ΝΟΜΟΣ ΤΗΣ ΕΠΙΚΑΛΥΨΗΣ .....	104
VII. ΕΡ. ΣΚΙΑ – ΑΥΤΟΣΚΙΑ ΣΤΟ ΕΣΩΤΕΡΙΚΟ ΠΟΛΥΕΔΡΟΥ .....	116
<b>§ 3. ΕΡΡΙΜΜΕΝΗ ΣΚΙΑ ΣΤΟ ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΟ ΕΠΙΠΕΔΟ ΠΡΟΒΟΛΗΣ <math>e_2</math></b> .....	118
I. ΣΗΜΕΙΟ – ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΟ ΤΜΗΜΑ .....	118
II. ΠΥΡΑΜΙΔΑ– ΠΡΙΣΜΑ .....	119
<b>§ 4. ΕΡΡΙΜΜΕΝΗ ΣΚΙΑ ΚΑΙ ΣΤΑ ΔΥΟ ΕΠΙΠΕΔΑ ΠΡΟΒΟΛΗΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ MONGE</b> .....	120
I. ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΟ ΤΜΗΜΑ .....	120
II. ΠΥΡΑΜΙΔΑ – ΠΡΙΣΜΑ .....	122
<b>§ 5. ΕΡΡΙΜΜΕΝΗ ΣΚΙΑ ΣΕ ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΟ ΚΑΙ ΠΡΟΣΘΙΟ ΕΠΙΠΕΔΟ</b> .....	126
I. ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΟ ΕΠΙΠΕΔΟ .....	126
II. ΠΡΟΣΘΙΟ ΕΠΙΠΕΔΟ .....	131
<b>§ 6. ΕΡΡΙΜΜΕΝΗ ΣΚΙΑ ΚΥΚΛΟΥ</b> .....	134
I. ΟΡΙΖΟΝΤΙΟΣ .....	134

II. ΜΕΤΩΠΙΚΟΣ .....	136
<b>§ 7. ΕΡΡΙΜΜΕΝΗ ΣΚΙΑ ΚΩΝΟΥ .....</b>	<b>136</b>
I. ΣΤΑ ΕΠΙΠΕΔΑ ΠΡΟΒΟΛΗΣ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ MONGE .....	136
II. ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΟΥ ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΣΕ ΚΩΝΟ .....	140
III. ΕΡ. ΣΚΙΑ – ΑΥΤΟΣΚΙΑ ΣΤΟ ΕΣΩΤΕΡΙΚΟ ΚΩΝΟΥ .....	141
<b>§ 8. ΕΡΡΙΜΜΕΝΗ ΣΚΙΑ ΚΥΛΙΝΔΡΟΥ .....</b>	<b>147</b>
I. ΣΤΟ ΟΡΙΖΟΝΤΙΟ ΕΠΙΠΕΔΟ ΠΡΟΒΟΛΗΣ $e_1$ .....	147
II. ΣΤΑ ΕΠΙΠΕΔΑ ΠΡΟΒΟΛΗΣ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ MONGE .....	148
III. ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΟΥ ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΣΕ ΚΥΛΙΝΔΡΟ .....	149
Ειδική περίπτωση .....	152
IV. ΕΡ. ΣΚΙΑ – ΑΥΤΟΣΚΙΑ ΣΤΟ ΕΣΩΤΕΡΙΚΟ ΚΥΛΙΝΔΡΟΥ .....	154
Ειδικές περιπτώσεις .....	155
<b>§ 9. ΕΡΡΙΜΜΕΝΗ ΣΚΙΑ ΣΦΑΙΡΑΣ .....</b>	<b>162</b>
I. ΣΤΟ ΟΡΙΖΟΝΤΙΟ ΕΠΙΠΕΔΟ ΠΡΟΒΟΛΗΣ $E_1$ .....	162
II. ΣΤΑ ΕΠΙΠΕΔΑ ΠΡΟΒΟΛΗΣ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ MONGE .....	165
III. ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΟΥ ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΣΕ ΣΦΑΙΡΑ .....	166
Ειδική περίπτωση .....	167
Γενική περίπτωση .....	168
IV. ΕΡ. ΣΚΙΑ ΗΜΙΣΦΑΙΡΙΟΥ .....	169
V. ΕΡ. ΣΚΙΑ – ΑΥΤΟΣΚΙΑ ΣΤΟ ΕΣΩΤΕΡΙΚΟ ΗΜΙΣΦΑΙΡΙΟΥ .....	170
<b>§ 10. ΕΡΡΙΜΜΕΝΗ ΣΚΙΑ – ΑΥΤΟΣΚΙΑ ΥΠΕΡΒΟΛΙΚΟΥ ΠΑΡΑΒΟΛΟΕΙΔΟΥΣ .....</b>	<b>174</b>
<b>§ 11. ΕΡΡΙΜΜΕΝΗ ΣΚΙΑ ΑΠΟ ΣΗΜΕΙΑΚΗ ΦΩΤΕΙΝΗ ΠΗΓΗ .....</b>	<b>177</b>
I. ΓΕΝΙΚΑ .....	177
II. ΣΗΜΕΙΟ – ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΟ ΤΜΗΜΑ .....	177
<b>§ 12. ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΚΙΑΓΡΑΦΙΑΣ .....</b>	<b>182</b>

**ΤΡΙΤΟ ΜΕΡΟΣ**  
**ΥΨΟΜΕΤΡΙΑ**

<b>§ 1. ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΣΗΜΕΙΟΥ .....</b>	<b>196</b>
<b>§ 2. ΚΛΙΜΑΚΕΣ .....</b>	<b>197</b>
I. ΜΟΝΑΔΑ ΜΕΤΡΗΣΗΣ .....	197
II. ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΚΛΙΜΑΚΑ .....	198
III. ΓΡΑΦΙΚΗ ΚΛΙΜΑΚΑ .....	199
<b>§ 3. ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΕΥΘΕΙΑΣ .....</b>	<b>200</b>
<b>§ 4. ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΕΠΙΠΕΔΟΥ .....</b>	<b>203</b>
<b>§ 5. ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ .....</b>	<b>207</b>
A. Χωματουργικά Έργα .....	208
I. ΓΕΝΙΚΑ .....	208
II. ΧΩΜΑΤΙΣΜΟΙ ΟΡΙΖΟΝΤΙΑΣ ΒΑΣΗΣ ΤΕΧΝΙΚΟΥ ΕΡΓΟΥ .....	208
1. Το φυσικό έδαφος ορίζεται ως ένα τυχαίο επίπεδο .....	208
Ειδικές περιπτώσεις .....	210
2. Το φυσικό έδαφος ορίζεται ως δύο τυχαία επίπεδα .....	212
3. Κατακόρυφη και οριζόντια τομή .....	213
III. ΧΩΜΑΤΟΥΡΓΙΚΑ ΕΡΓΑ ΔΡΟΜΟΥ .....	216
1. Γενικά .....	216
2. Χωματισμοί στα όρια του δρόμου .....	217
IV. ΔΕΥΤΕΡΗ ΠΡΟΒΟΛΗ (ΟΨΗ) ΘΕΜΑΤΟΣ .....	229

<b>B. Στέγες</b> .....	231
I. ΓΕΝΙΚΑ .....	231
II. ΣΤΕΓΗ ΜΕ ΙΣΟΚΛΙΝΗ ΕΠΙΠΕΔΑ .....	231
III. ΓΕΝΙΚΗ ΛΥΣΗ ΣΤΕΓΗΣ .....	234
IV. ΔΕΥΤΕΡΗ ΠΡΟΒΟΛΗ (ΟΨΗ) ΣΤΕΓΗΣ .....	236
V. ΣΤΕΓΗ ΜΕ ΑΝΙΣΟΚΛΙΝΗ ΕΠΙΠΕΔΑ .....	239
1. Γενικά .....	239
2. Σχεδίαση στέγης .....	240
<b>ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ</b> .....	241
I. ΕΙΣΑΓΩΓΗ .....	241
II. ΑΞΟΝΟΜΕΤΡΙΑ .....	246
III. ΣΚΙΑΓΡΑΦΙΑ .....	273
IV. ΥΨΟΜΕΤΡΙΑ .....	284
<b>ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ</b> .....	286
<b>ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ</b> .....	290
<b>ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ</b> .....	300



Οι ΜΕΘΟΔΟΙ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΩΝ  
περιέχουν τις  
γεωμετρικές αρχές,  
θεωρία και θέματα,  
δύο Μεθόδων Παραστάσεων,  
της ΑΞΟΝΟΜΕΤΡΙΑΣ και  
της ΥΨΟΜΕΤΡΙΑΣ  
(παραστίση σε ένα επίπεδο προβολής  
με υψομετρο).  
Επίσης περιλαμβάνουν  
θέματα ΣΚΙΑΓΡΑΦΙΑΣ  
στα συστήματα Monge  
και Αξονομετρίας.

Κυκλοφορούν :

ΓΕΩΡΓΙΟΥ Ε. ΛΕΥΚΑΔΙΤΗ

1. Στοιχεία Παραστατικής Γεωμετρίας  
Τόμοι I και II
2. Η Προοπτική

ISBN: 960-631-020-5

