

**ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ ΑΘΗΝΩΝ**  
**ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ-ΤΜΗΜΑ ΝΑΥΠΗΓΙΚΗΣ**

**ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**ΜΕΛΕΤΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΩΝ ΠΛΟΙΟΥ**

Φοιτητής : Κάρδαρης Ευστάθιος

Υπεύθυνος καθηγητής : Μπελιμπασάκης Κωνσταντίνος



**Αθήνα 2009**

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

<u>Εισαγωγή</u>	<u>σελ.3</u>
<b><u>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1</u> : Τα αίτια δημιουργίας ταλαντώσεων</b>	
1.1 <u>Εισαγωγή στο θέμα</u>	<u>σελ.4</u>
1.2 <u>Διέγερση από δυνάμεις της έλικα</u>	<u>σελ.7</u>
1.3 <u>Διέγερση από δυνάμεις της κύριας μηχανή</u>	<u>σελ.12</u>
1.4 <u>Διέγερση από την λειτουργία βοηθητικών μηχανημάτων</u>	<u>σελ.16</u>
1.5 <u>Διέγερση από το θαλάσσιο περιβάλλον</u>	<u>σελ.17</u>
<b><u>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2</u> : Στοιχεία δυναμικής των κατασκευών</b>	
2.1 <u>Ορισμοί</u>	<u>σελ.18</u>
2.2 <u>Ο μονοβάθμιος ταλαντωτής</u>	<u>σελ.19</u>
2.3 <u>Ο πολυβάθμιος ταλαντωτής</u>	<u>σελ.25</u>
2.4 <u>Ταλαντώσεις μονοδιάστατων συνεχών φορέων</u>	<u>σελ.32</u>
2.5 <u>Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων</u>	<u>σελ.34</u>
2.6 <u>Απόκριση σε στοχαστική διέγερση</u>	<u>σελ.39</u>
<b><u>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3</u> : ταλαντώσεις πλοίου</b>	
3.1 <u>Το πλοίο σαν συνεχής δοκός</u>	<u>σελ.40</u>
3.2 <u>Διακριτοποίηση της μεταλλικής κατασκευής</u>	<u>σελ.44</u>
3.3 <u>Πρόσθετες μάζες</u>	<u>σελ.50</u>
3.4 <u>Φυσικές συχνότητες της γάστρας</u>	
<u>και των υπερκατασκευών</u>	<u>σελ.59</u>

3.5 Παραδεκτά όρια ταλαντώσεων σελ.67

3.6 Πρόληψη και θεραπεία ταλαντώσεων σελ.69

3.7 Αποφυγή ταλαντώσεων συντονισμού σελ.71

3.8 Μείωση δυνάμεων διέγερσης σελ.73

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ4** : ταλαντώσεις Προωστήριας εγκατάστασης

4.1) Εισαγωγή σελ.81

4.2) στρεπτικές ταλαντώσεις σελ.82

4.3) Αξονικές ταλαντώσεις σελ.84

4.4) Καμπτικές ταλαντώσεις σελ.86

4.5) Πράδειγμα στρεπτικών ταλαντώσεων

προωστήριας εγκατάστασης σελ.89

**ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ** σελ.101

**ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α:** Επιτρεπόμενες τάσεις κατά L.R.S. σελ.103

**ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β:** Σειρές Fourier σελ.106

## Εισαγωγή

Οι ταλαντώσεις της μεταλλικής κατασκευής του πλοίου είναι ένα θέμα που παρουσιάζει ενδιαφέρον σε ναυπηγούς μηχανολόγους και πλοιοκτήτες. Η παρουσία ταλαντώσεων μπορεί να προκαλέσει τη δυσφήμιση ενός επιβατηγού πλοίου ή να ενοχλεί το πλήρωμα ενός εμπορικού πλοίου. Επίσης, οι έντονες ταλαντώσεις της μεταλλικής κατασκευής του σκάφους μπορεί να προκαλέσουν ζημιά στη μεταλλική κατασκευή. Έτσι, η αποφυγή δημιουργίας και η ελάττωση των δημιουργούμενων ταλαντώσεων πρέπει να είναι στόχος του ναυπηγού που σχεδιάζει ένα καινούριο πλοίο.

Οι ταλαντώσεις του πλοίου είναι ένα πρόβλημα περισσότερο μαθηματικής αναλύσεως και σαν τέτοιο, λαμβάνοντας υπόψη μας πόσο περίπλοκη είναι η μεταλλική κατασκευή του πλοίου καθώς επίσης το πλήθος και τη φύση των διεγερουσών δυνάμεων δεν πρέπει να εκπλαγούμε αν διαπιστώσουμε πώς απέχουμε ακόμα από την πλήρη λύση των προβλημάτων ταλαντώσεων στα πλοία. Η χρήση του Η/Υ μαζικά τα τελευταία 20 χρόνια και η ανάπτυξη των αριθμητικών μεθόδων για την αναπαράσταση της μεταλλικής κατασκευής και την ανάλυση της στον Η/Υ (π.χ. η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων) έδωσε λύση σε πολλά προβλήματα αυτού του τύπου.

Στην παρούσα εργασία, παρουσιάζονται τα περισσότερα αίτια δημιουργίας ταλαντώσεων στις ναυπηγικές κατασκευές, γίνεται εισαγωγή στις ταλαντώσεις κατασκευών και παρουσιάζονται λύσεις για τέτοιου τύπου προβλήματα. Επίσης, δίνονται κατευθύνσεις για τις ταλαντώσεις πλοίου και τις δυνάμεις διέγερσης για την αποφυγή δημιουργίας τους σε υπερβολικό βαθμό στο στάδιο της προκαταρκτικής μελέτης και παρουσιάζεται η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων για τη λύση προβλημάτων ταλαντώσεων σε ποιο προχωρημένο στάδιο μελέτης. Το τελευταίο κεφάλαιο πραγματεύεται τις ταλαντώσεις Προωστήριων εγκαταστάσεων και λύνεται ένα παράδειγμα στρεπτικών ταλαντώσεων.

Τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω τους καθηγητές μου κύριο Μπελιμπασάκη και τον κύριο Θεοτοκάτο, για την αμέριστη βοήθεια που μου προσέφεραν κατά την διάρκεια της συγγραφής της παρούσας εργασίας και την λύση των αποριών μου στις δυσκολίες που προέκυψαν.

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1**

### **1.1) Εισαγωγή στο θέμα**

Με την αυστηρή έννοια, καμιά ναυτική κατασκευή δεν εκτελεί σταθερή κίνηση ποτέ. Κάποια ανεπιθύμητη κίνηση είναι αναπόφευκτη και μέχρι κάποιο σημείο θα παραμορφώσει την κατασκευή.

Οι κύριοι λόγοι πού συνηγορούν σε αυτό είναι οι ακόλουθοι :

(α) Η λειτουργικότητα του συστήματος πλοίο/θαλάσσια κατασκευή βασίζεται στην επιμέρους καλή λειτουργία και συνεργασία μιας σειράς υποσυστημάτων, όπως :

-Προωστήρια εγκατάσταση (κύρια μηχανή, μειωτήρας, αξονικό σύστημα, έλικα κ.τ.λ.).

-Συστήματα παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας.

-Συστήματα μεταφοράς μάζας (αντλίες-δίκτυα σωληνώσεων, αεροσυμπιεστές, ανεμιστήρες κ.τ.λ.)

-Συστήματα ρύθμισης των περιβαλλοντικών συνθηκών (αερισμός, κλιματισμός κ.τ.λ.).

Η αρχή λειτουργίας των παραπάνω, είναι συνδεδεμένη με την εμφάνιση δυναμικών φαινομένων. Το γεγονός αυτό έχει σαν άμεσο αποτέλεσμα, την εμφάνιση ταλαντώσεων και επαγόμενων θορύβων.

(β) Το πλοίο/θαλάσσια κατασκευή ως μια ελαστική κατασκευή, θα αποκριθεί στην διάδοση των επαγόμενων από διάφορα δυναμικά φορτία ταλαντώσεων. Μάλιστα, πολλές φορές η κατασκευή αποκρίνεται με τρόπο που ενισχύει τα δυναμικά φαινόμενα σε βαθμό πού να δημιουργείται κίνδυνος τοπικής ή ποιο εκτεταμένης αστοχίας.

(γ) Το περιβάλλον πού λειτουργεί το πλοίο/θαλάσσια κατασκευή δεν είναι στατικό. Άρα, πέρα από τούς ενδογενείς παράγοντες διέγερσης δυναμικών φαινομένων από τη λειτουργία των μηχανολογικών του υποσυστημάτων υπάρχουν και εξωγενείς παράγοντες πού διεγείρουν την μεταλλική κατασκευή σε μηχανικές ταλαντώσεις κυρίως λόγω των κυματισμών της θάλασσας.

(δ) Τα φαινόμενα διέγερσης και διάδοσης ταλαντώσεων από τη λειτουργία μηχανολογικών υποσυστημάτων στο πλοίο/θαλάσσια κατασκευή είναι σε μεγάλο βαθμό συνδεδεμένα με αντίστοιχα φαινόμενα διάδοσης θορύβου στο εσωτερικό και εξωτερικό της μεταλλικής κατασκευής. Επίσης, σημαντικός μηχανισμός ανάπτυξης ταλαντώσεων και θορύβου είναι η εμφάνιση μη μόνιμων υδροδυναμικών φαινομένων (κατά κύριο λόγο ταλαντωτικών πιέσεων ρευστού), πράγμα που συμβαίνει σε δίκτυα σωληνώσεων και εξαγωγής καυσαερίων αλλά και σε εξωτερικές ροές (λόγο λειτουργίας της έλικας εντός του ομόρου του πλοίου). Αξίζει να σημειωθεί ότι ταλαντευτικές πιέσεις συχνότητας που κυμαίνεται μεταξύ των 20 Hz-16 kHz δημιουργούν θόρυβο που γίνεται αντιληπτός από τον άνθρωπο, και σε υψηλές στάθμες εκπομπής αποτελούν πηγή ενόχλησης επιβατών και πληρώματος ενός πλοίου.

Άρα γίνεται σαφές ότι :

(1) Τα επίπεδα ταλαντώσεων που δημιουργούνται από τη λειτουργία ενός μηχανολογικού υποσυστήματος πρέπει να βρίσκονται χαμηλότερα από τα όρια στα οποία μπορεί να προκληθεί βλάβη αυτού, τοπική αστοχία της μεταλλικής κατασκευής του πλοίου ή δυσφορία επιβατών – πληρώματος. Αξίζει να σημειωθεί πως τα επίπεδα ταλαντώσεων που οδηγούν σε αστοχία είναι κατά πολύ υψηλότερα από εκείνα που δημιουργούν δυσφορία στον άνθρωπο.

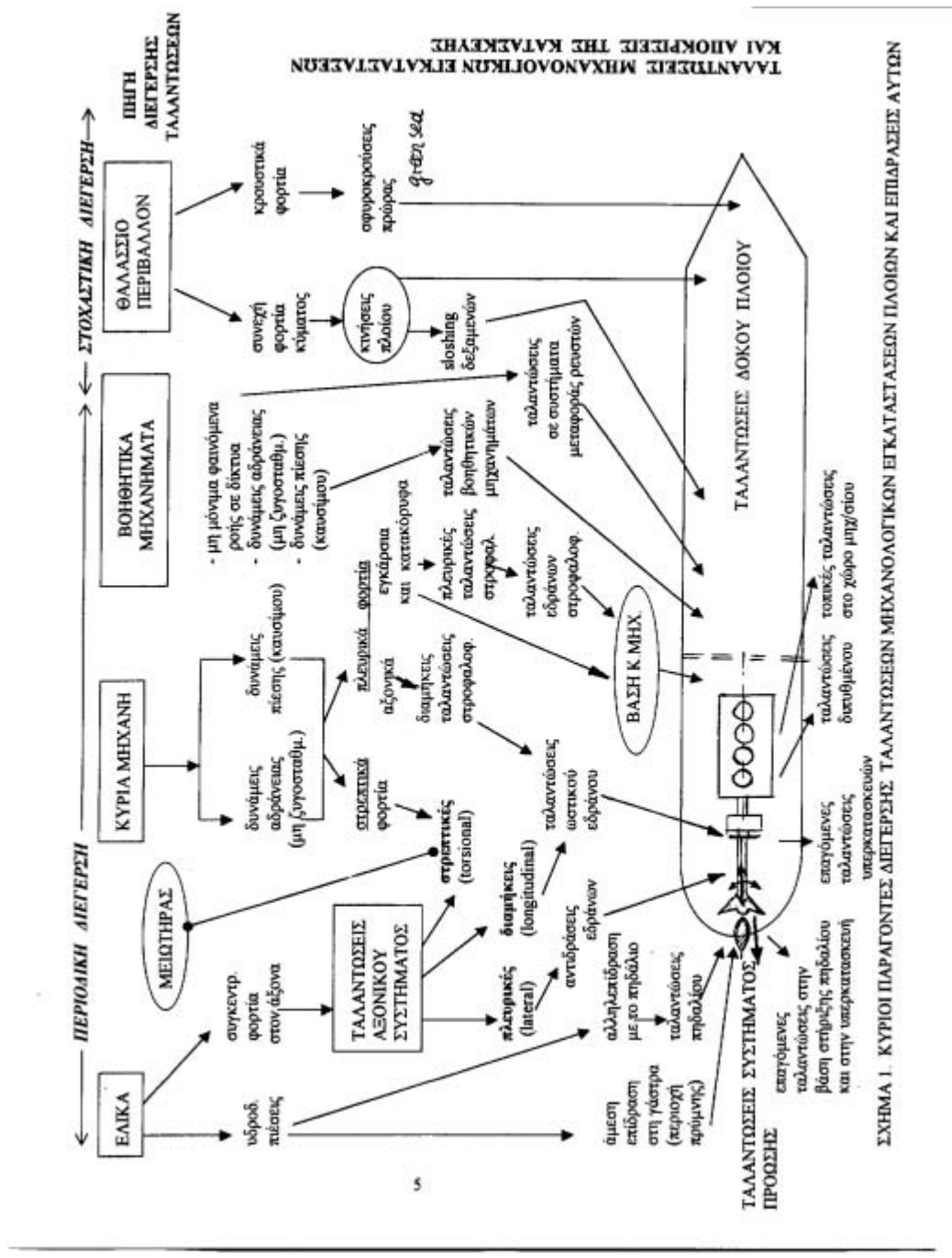
(2) Τα επίπεδα ταλαντώσεων και θορύβων εξαρτώνται από τις παρακάτω παραμέτρους :

(3) Το μέγεθος των δυναμικών φορτίσεων, που αναπτύσσονται κατά τη λειτουργία ενός μηχανολογικού εξαρτήματος και την φύση του περιβάλλοντος εντός της οποίας το πλοίο/θαλάσσια κατασκευή λειτουργεί.

-Την ακαμψία της κατασκευής ή τμήματος της κατασκευής που επηρεάζεται από την λειτουργία ενός μηχανολογικού εξαρτήματος.

-Την ύπαρξη και την αποτελεσματικότητα αποσβεστικών μηχανισμών.

Στο σχήμα 1 παρουσιάζονται οι κύριοι παράγοντες διέγερσης ταλαντώσεων και η επίδραση τους στη μεταλλική κατασκευή του πλοίου.



Σχήμα 1

**ΚΥΡΙΟΙ ΠΑΡΑΓΩΝΤΕΣ ΔΙΕΓΕΡΣΗΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΩΝ ΣΤΑ ΠΛΟΙΑ ΚΑΙ Η ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΟΥΣ ΣΤΗΝ ΜΕΤΑΛΛΙΚΗ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ (3B)**

## 1.2) Διέγερση από δυνάμεις της έλικας

Κατά τη λειτουργία της έλικας εντός του ομόρρου του πλοίου δημιουργούνται περιοδικά φαινόμενα και αναπτύσσονται δυναμικά φορτία τα οποία αποτελούν μια από τις σημαντικότερες πηγές διέγερσης ταλαντώσεων στο αξονικό αλλά και στην μεταλλική κατασκευή του πλοίου. Η ελαχιστοποίηση τους είναι ζήτημα ουσιώδους σημασίας για την αποτελεσματικότερη λειτουργία και προστασία του συστήματος πρόωσης και της μεταλλικής κατασκευής στην πρυμναία περιοχή, κυρίως των υπερκατασκευών και του μηχανισμού πηδαλιουχίας (πηδάλιο).

Η κύρια αιτία ανάπτυξης μη μόνιμων φαινομένων κατά τη λειτουργία της έλικας είναι η (χωρική) ανομοιομορφία του ομόρρου του πλοίου στην περιοχή της πλήμνης της έλικας. Η δυναμική απόκριση της έλικας προσδιορίζεται πλήρως από την χώρο-χρονική κατανομή της πίεσης στα πτερύγια και στα γειτονικά στερεά σύνορα.

Εξαιτίας της συμμετρικής διάταξης των πτερυγίων η βασική απόκριση της έλικας είναι στη συχνότητα πτερυγίων  $w_d = 2 * \pi * n * Z$  (όπου  $n$  οι στροφές της έλικας ανά δευτερόλεπτο και  $Z$  ο αριθμός των πτερυγίων), και σε αρμονικά πολλαπλάσια της.

Στα πλαίσια εφαρμογών της θεωρίας δυναμικού για το πεδίο διαταραχής της ταχύτητας από την λειτουργία της έλικας εντός του ομόρρου του πλοίου, και των συνοριακών ολοκληρωτικών εξισώσεων, το υδροδυναμικό πρόβλημα γράφεται στην μορφή :

$$\nabla(\Phi(\vec{x};, t)) = 0$$

$$\frac{d(\Phi(\vec{x};, t))}{dt} + \frac{p - p^{(1)}}{\rho} + \frac{1}{2} * (|\vec{w}|^2 - |\vec{q} + \vec{A}|^2) = 0$$

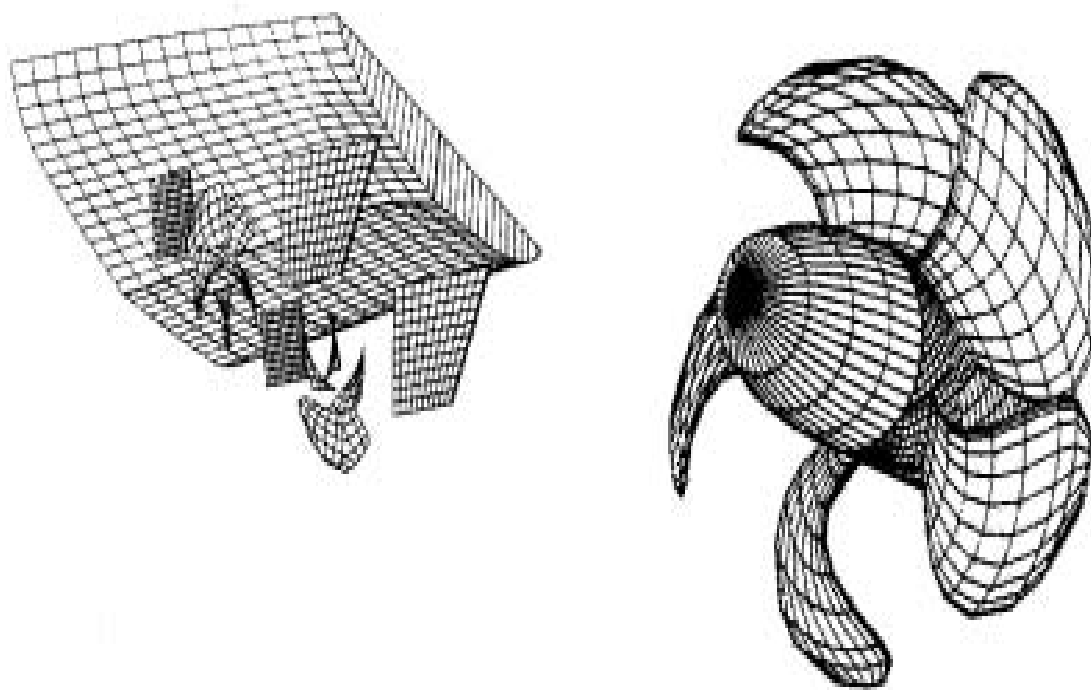
$$\vec{v} * \vec{n} = -\vec{n} * (\vec{q}(\vec{x}) + \vec{A}(\vec{x};, t))$$

Όπου  $\Phi(\vec{x};, t)$  είναι το δυναμικό διαταραχής και  $\vec{v} = \nabla(\Phi(\vec{x};, t))$  η αντίστοιχη ταχύτητα και  $p$  η υδροδυναμική πίεση.  $\vec{w}$  είναι το ολικό πεδίο ταχύτητας στο σχετικό (κινούμενο και περιστρεφόμενο επίσης) σύστημα αναφοράς. Το τελευταίο παρέχεται από την σχέση:



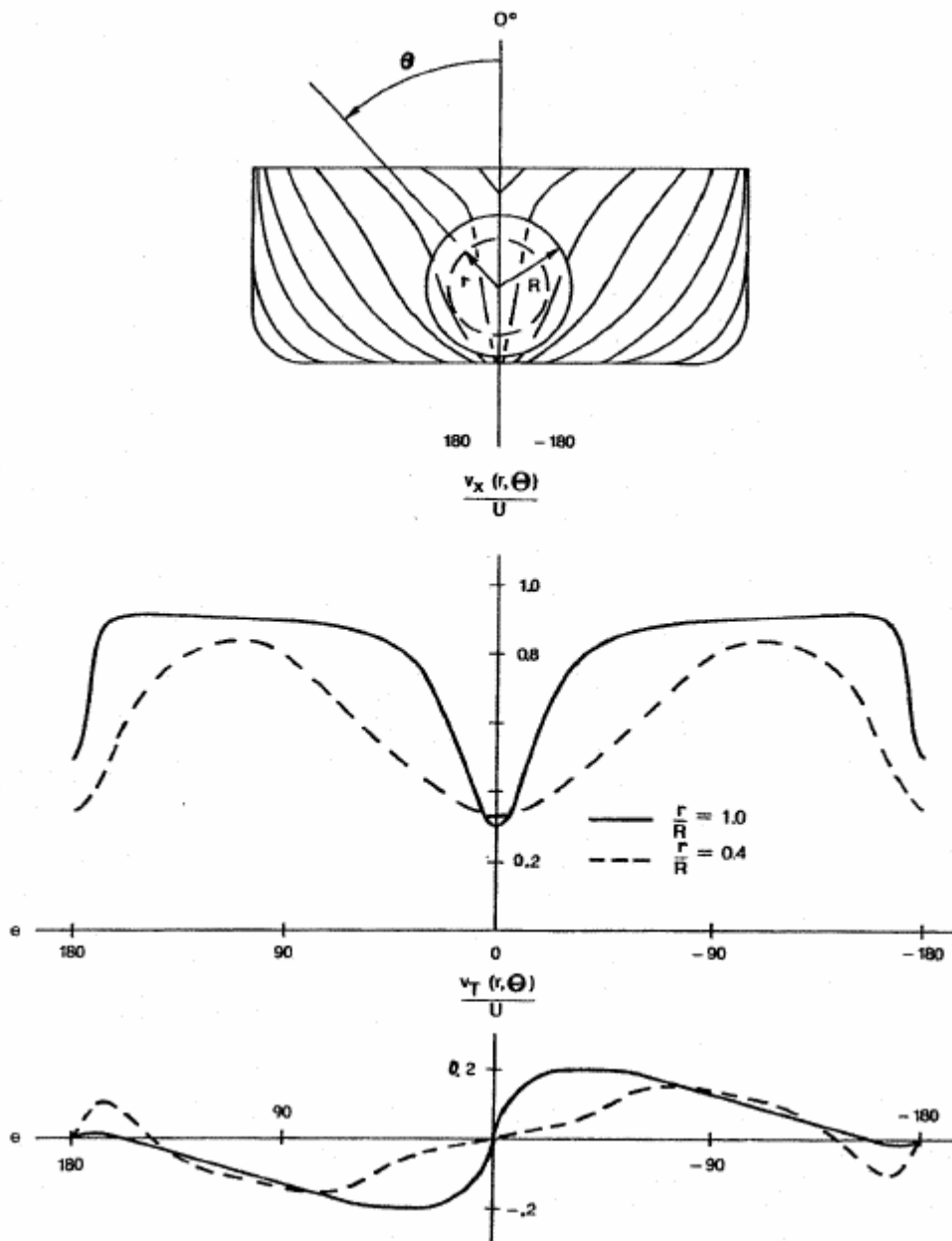
$$\vec{w} = (-\vec{\Omega} \times \vec{x} - \vec{U}) + \vec{A}(\vec{x};, t) + \vec{v}(\vec{x};, t)$$

Όπου  $\vec{\Omega}$  και  $\vec{U}$  η γωνιακή και μεταφορική ταχύτητα της έλικας αντίστοιχα και  $\vec{A}(\vec{x};, t)$  ο ομόρρους του πλοίου ο οποίος μπορεί να περιλαμβάνει αξονική, εφαπτομενική και ακτινική συνιστώσα. Για την επίλυση του ανωτέρω προβλήματος χρησιμοποιείται η μέθοδος των συνοριακών πεπερασμένων στοιχείων για την διακριτοποίηση της γεωμετρίας και της φόρτισης των πτερυγίων (αλλά και των συνόρων τους). Συνήθως, η εφαρμογή των ανωτέρω μεθόδων απαιτεί μια αρκετά καλή αναπαράσταση της γεωμετρίας των πτερυγίων (που πολλές φορές φθάνει την τάξη των 1000 ή και περισσότερων στοιχείων για την γεωμετρική μοντελοποίηση της) όπως φαίνεται στο σχήμα 2. Ως εκ τούτου, οι μέθοδοι αυτές προσφέρουν παράλληλα και τη δυνατότητα υπολογισμού με αυξημένη ακρίβεια των αδρανειακών χαρακτηριστικών (μάζα, ροπών αδράνειας) της έλικας. Επιπροσθέτως, με χρήση μεθόδων που βασίζονται στην θεωρία δυναμικού, όπως η ανωτέρω, μπορεί να υπολογισθεί με αυξημένη ακρίβεια και ο πίνακας πρόσθετης μάζας, δηλαδή η τροποποίηση των αδρανειακών χαρακτηριστικών της έλικας εξαιτίας της λειτουργίας της στο νερό, στοιχείο το οποίο πρέπει να λαμβάνεται υπόψη κατά την μοντελοποίηση και επίλυση του αξονικού συστήματος που αφορά ταλαντώσεις (στρεπτικές, αξονικές, πλευρικές).



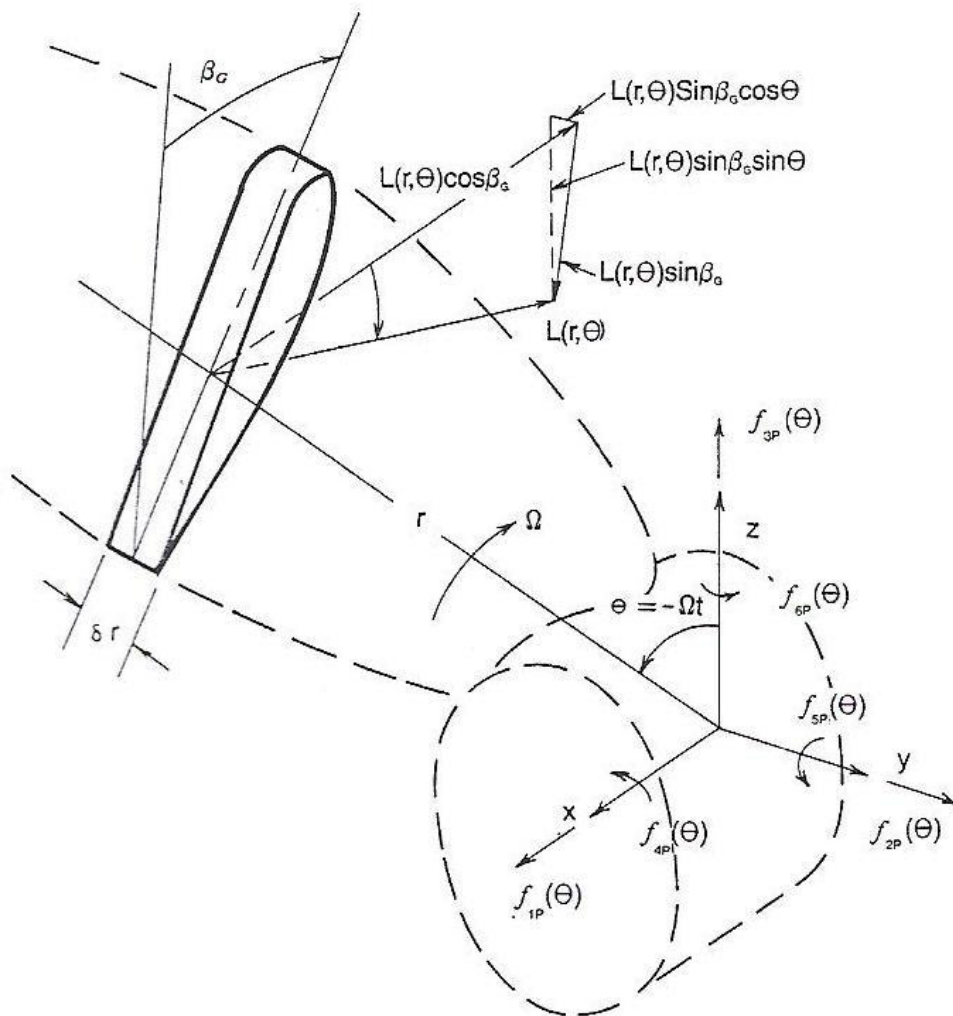
**Σχήμα 2**

**ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΕΛΙΚΑΣ ΚΑΙ ΤΩΝ ΣΤΕΡΕΩΝ ΣΥΝΟΡΩΝ ΤΗΣ (3B)**



Σχήμα 3α

ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΑΞΟΝΙΚΟΥ ΚΑΙ ΠΕΡΙΦΕΡΙΑΚΟΥ ΟΜΟΡΡΟΥ ΜΟΝΕΛΙΚΟΥ ΠΛΟΙΟΥ  
(7B)



Σχήμα 3β

ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΚΑΙ ΡΟΠΕΣ ΔΙΕΓΕΡΣΗΣ ΑΠΟ ΤΗΝ ΕΛΙΚΑ ΚΑΤΑ ΤΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑ ΤΗΣ  
(1B)

### 1.3) ΔΙΕΓΕΡΣΗ ΑΠΟ ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΤΗΣ ΚΥΡΙΑΣ ΜΗΧΑΝΗΣ

Η λειτουργία της μηχανής αποτελεί επίσης έναν σημαντικό παράγοντα διέγερσης ταλαντώσεων σε ότι αφορά τις ταλαντώσεις του αξονικού συστήματος, όσο και των επαγόμενων μέσω της βάσεως της μηχανής στο δυπίθμενο και στην πρυμναία περιοχή της μεταλλικής κατασκευής του πλοίου ταλαντώσεων.

Η διέγερση που προέρχεται από τις μηχανές Diesel εσωτερικής καύσεως (που αποτελεί την κύρια μέθοδο πρόωσης των πλοίων στη σημερινή πραγματικότητα) οφείλεται στα ισχυρά ταλαντωτικά φορτία που αναπτύσσονται από τις δυνάμεις πίεσης καθώς και λόγω μη ζυγοσταθμισμένων παλινδρομούντων μαζών.

#### Δυνάμεις από τα αέρια

Η πίεση μιας εμβολοφόρας Μ.Ε.Κ. μεταβάλλεται σε πλατιά όρια κατά τη διάρκεια της λειτουργίας της. Το δυναμοδεικτικό διάγραμμα του κινητήρα δείχνει την τιμή τη πίεσης σε κάθε θέση του εμβόλου. Σε κάθε θέση του στροφάλου λοιπόν, τα αέρια ασκούν μια δύναμη κάθετη στην επιφάνεια του εμβόλου ίση με :

$$P_g = p_g * \frac{\pi * D^2}{4},$$

όπου D η διάμετρος του εμβόλου. Οι δυνάμεις στις οποίες αναλύεται είναι οι ακόλουθες :

$$1) N_g = P_g * \tan(\beta)$$

$$2) S_g = P_g / \cos(\beta)$$

$$3) T_g = P_g * \frac{\sin(\varphi + \beta)}{\cos(\beta)}$$

$$4) R_g = P_g * \cos(\varphi + \beta)$$

Οι συνιστώσες της  $S_g$  όπως αυτή αναλύεται στο σημείο Σ, είναι οι  $T_g$  και η  $R_g$  και αποτελούν την στρεπτική και ακτινική δύναμη στον στρόφαλο αντίστοιχα, άρα η συνολική ροπή που οφείλεται στις αναπτυσσόμενες από την καύση δυνάμεις είναι δίνεται από τον τύπο :

$M_g = T_g * r = r * P_g * \frac{\sin(\varphi + \beta)}{\cos(\beta)}$  με φορά αυτή της γωνιακής ταχύτητας  $\omega$ . Οι δυνάμεις αυτές, αναγόμενες σε τυχόν σημείο δίνουν μη μηδενική ροπή που καλείται ροπή ανατροπής του κινητήρα επειδή είναι η ροπή που τείνει να ανατρέψει τον κινητήρα με φορά αντίθετη της  $M_g$ .

### **Δυνάμεις από παλινδρομούσες-περιστρεφόμενες μάζες**

Αυτού του είδους οι δυνάμεις προκαλούνται από τα κινούμενα μέρη της μηχανής. Τα μέρη αυτά εκτελούν παλινδρομική περιστροφική και μικτή κίνηση. Τα μέρη που εκτελούν παλινδρομική κίνηση είναι το έμβολο (μαζί με τα ελατήρια στεγανότητας πείρο κ.τ.λ.) το ζύγωμα και το βάκτρο. Το σύνολο των μαζών του εμβόλου συμβολίζεται με  $m_\epsilon$ . Τα μέρη που εκτελούν περιστροφική κίνηση είναι ο στρόφαλος (στο σύνολο του με κόμβιο στροφάλου κόμβιο βάσεως και βραχίονες). Το σύνολο των περιστρεφόμενων μαζών ονομάζεται  $m_\sigma$ .

Ο διωστήρας εκτελεί μικτή, επίπεδη κίνηση και είναι γνωστή η θέση δύο σημείων (βλ. σχήμα 4). Το Ε παλινδρομεί και το και το Σ περιστρέφεται. Αυτό το απλοποιημένο σύστημα μαζών πρέπει να αντιδρά, σε σύστημα δυνάμεων όπως ο ίδιος ο διωστήρας για να θεωρηθεί δυναμικά ισοδύναμος. Άρα πρέπει :

- A) Η μάζα του συστήματος να είναι ίση με τη μάζα του διωστήρα.
- B) Το κέντρο βάρους του συστήματος να συμπίπτει με αυτό του διωστήρα.
- Γ) Η ροπή αδρανείας ως προς τον άξονα που περνά από τον άξονα του κέντρου βάρους να είναι ίση με την αντίστοιχη του διωστήρα.

Τα παραπάνω μεταφράζονται στις παρακάτω εξισώσεις :

- 1)  $m_{\delta L} + m_{\delta r} = m_\delta$
- 2)  $m_{\delta L} * EK - m_{\delta r} * \Sigma K = 0$
- 3)  $m_{\delta r} * \Sigma K^2 + m_{\delta L} * EK^2 = I_\delta$

Με επίλυση των δύο πρώτων εξισώσεων προσδιορίζονται οι μάζες  $m_{\delta L}$  και  $m_{\delta r}$ , όμως οι προκύπτουσες τιμές δεν ικανοποιούν την τρίτη, άρα δεν μπορούμε να έχουμε πλήρη ισοδυναμία. Στις τεχνικές εφαρμογές όμως προκύπτει μικρό σφάλμα και έτσι θεωρείται αμελητέο.

Τώρα, έχοντας κάνει την αναγωγή του διωστήρα σε δύο μάζες μια που παλινδρομεί και μια που περιστρέφεται, ανάγουμε αντίστοιχα και το

σύνολο του κινηματικού μηχανισμού σε δύο μάζες (παλινδρομούσα και περιστρεφόμενη)

$$m_L = m_{\delta L} + m_\varepsilon, m_r = m_{\delta r} + m_\sigma.$$

Η συνολική παλινδρομούσα δύναμη με επιτάχυνση  $a$  με φορά πού φαίνεται στο σχήμα 4 θα έχει μέτρο :

$$P_L = - m_L * a$$

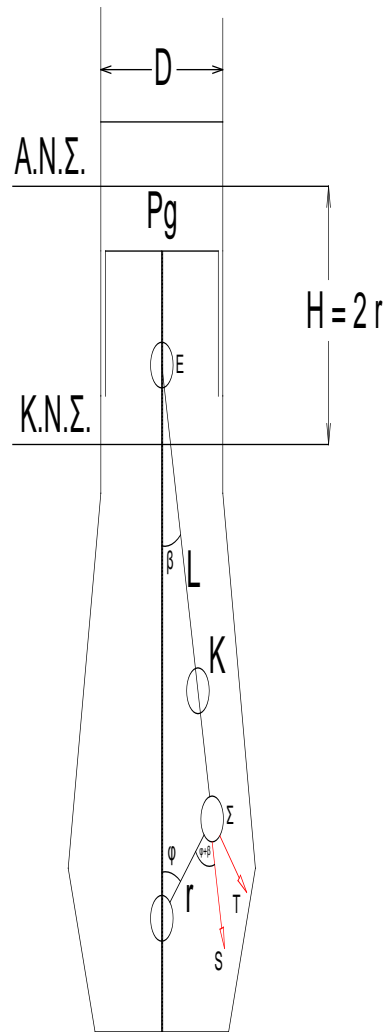
και δεν έχει σταθερό μέτρο, η επιτάχυνση  $a$  δίνεται από τον τύπο :

$$a = r\omega^2(\cos(\varphi) + \lambda\cos(2\varphi))$$

$$\text{άρα: } P_L = -m_L r\omega^2(\cos(\varphi) + \lambda\cos(2\varphi))$$

Για την  $P_L$ , ισχύει ότι ακριβώς και για την  $T_g$ , δηλαδή προκύπτει μια δύναμη  $T_L$ , μια ροπή  $M_L = T_L * r$  και μια ροπή ανατροπής ίδιου μέτρου και αντίθετης φοράς με την  $M_L$ . Άρα ισχύουν οι ίδιοι τύποι, αρκεί να αντικατασταθεί ο δείκτης  $g$  με τον  $L$ .

Οι δυνάμεις από τις περιστρεφόμενες μάζες είναι συγκεντρωμένες στο σημείο  $\Sigma$  και πρόκειται στην ουσία για μια φυγόκεντρη δύναμη  $P_r$ , σταθερού μέτρου και ίση με :  $P_r = m_r\omega^2 r$ . Η διεύθυνση της είναι αυτή του στροφάλου και φορά περιστρεφόμενη και δεν επηρεάζει την τιμή της στρεπτικής ροπής. Η τιμή της είναι χρήσιμη στην μελέτη καταπόνησης των εδράνων και στην ζυγοστάθμιση, για αυτό δεν θα μας απασχολήσει στην παρούσα εργασία.



**Σχήμα 4**

**ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΗΣ  $S_g$  ΣΤΟ ΣΗΜΕΙΟ Σ**



#### **1.4) Διέγερση από την λειτουργία βοηθητικών μηχανημάτων**

Η λειτουργία του κύριου βοηθητικού εξοπλισμού του πλοίου σε κανονικές συνθήκες συντελεί στην ανάπτυξη (τοπικών κατά κύριο λόγο) ταλαντώσεων. Ιδιαίτερη προσοχή από αυτή τη σκοπιά απαιτείται στην φάση της σχεδίασης κυρίως για τον ακόλουθο μηχανολογικό εξοπλισμό :

- Ηλεκτροπαραγωγά ζεύγη
- Συστήματα εξαγωγής καυσαερίων κυρίων μηχανών
- Αντλίες και δίκτυα σωληνώσεων
- Συστήματα αερισμού
- Υδραυλικά συστήματα

Τα μη μόνιμα φαινόμενα ροής πού εμφανίζονται σε σωλήνες και δίκτυα έχει ως αποτέλεσμα ταλαντωτικά (και κρουστικά) φορτία πού με τη σειρά τους διεγείρουν τοπικά την κατασκευή και παράγουν θόρυβο.

Κρίσιμη θεωρείται η περίπτωση εμφάνισης υδραυλικού πλήγματος πού προξενείτε από απότομη μεταβολή της πίεσης σε δίκτυα λόγω απότομων αποφράξεων της ροής ή απότομης μεταβολής της διατομής του σωλήνα του δικτύου. Το κρουστικό φορτίο σε αυτή την περίπτωση μπορεί να είναι ισχυρό και μπορεί να διατρέξει μεγάλα τμήματα του δικτύου μιας και η απόσβεση στα ρευστά είναι πολύ μικρή.

Η εμφάνιση μη μόνιμων φαινομένων ροής σε αντλίες και συστήματα αερισμού έχει επίσης σαν αποτέλεσμα δημιουργία και διάδοση ταλαντώσεων. Για τους λόγους αυτούς γίνεται τα τελευταία χρόνια εκτεταμένη χρήση ελαστικών στηρίξεων και αποσβεστήρων πού ως σκοπό, έχουν την απομόνωση του περιβάλλοντος από το ταλαντευόμενο υποσύστημα και την προστασία του υποσυστήματος από το ταλαντευόμενο περιβάλλον.

### **1.5) Διέγερση από το θαλάσσιο περιβάλλον**

Γίνεται σαφές πώς τα αναπτυσσόμενα φορτία από τα κύματα, συνεχή και κρουστικά (σφυρόκρουση πλώρης), επιδρούν στην ανάπτυξη ταλαντώσεων στη γάστρα του πλοίου και στις υπερκατασκευές. Τοιουτοτρόπως προσαυξάνει την αντίσταση του πλοίου και ταυτόχρονα της προσδίδει δυναμικά χαρακτηριστικά. Δηλαδή η κίνηση των πλοίων εντός συστήματος κυματισμών επιφέρει επιπρόσθετη μεταβολή της παραγόμενης ώσης και ροπής, μεταβολές πού έχουν γενικά στοχαστικό χαρακτήρα. Επιπρόσθετα, οι επαγόμενες λόγω κυματισμών κινήσεις των πλοίων αποτελούν (σε δεύτερο στάδιο) επιπρόσθετη αιτία διέγερσης ταλαντώσεων μηχανολογικών εξαρτημάτων, όπως μπορεί να συμβεί λ.χ. :

A) Στην περίπτωση αναδύσεων της έλικας

B) Σε ότι αφορά φαινόμενα μετακίνησης ρευστού φορτίου λόγω κίνησης και ανάπτυξη υδροδυναμικών φορτίων στα πλευρικά τοιχώματα και στις φρακτές μεταξύ των δεξαμενών.

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2**

### **2.1) ΟΡΙΣΜΟΙ**

Ο όρος μηχανική ταλάντωση χρησιμοποιείται για να περιγράψει ένα χρονικά μεταβαλλόμενο φαινόμενο. Χαρακτηριστικές αιτίες εμφάνισης του φαινομένου αυτού είναι :

- 1) Μια αρχική συνθήκη
- 2) Μια δυναμική διέγερση

οπότε μιλάμε για ελεύθερες και εξαναγκασμένες ταλαντώσεις. Στις μηχανολογικές εφαρμογές περισσότερο ενδιαφέρον παρουσιάζουν οι εξαναγκασμένες, αν και η μελέτη των ελεύθερων είναι επιβεβλημένη λόγω της απαίτησης για την εξαγωγή των ιδιοσυχνοτήτων του συστήματος.

Τα μηχανικά συστήματα διακρίνονται σε γραμμικά και μη γραμμικά. Στην πρώτη κατηγορία υπάρχει άμεση σχέση μεταξύ αιτίου (διέγερση) και αποτελέσματος (απόκριση), στην δεύτερη κατηγορία παύει να ισχύει αυτή η ιδιότητα. Σε αυτή την εργασία θα μας απασχολήσουν συστήματα της πρώτης κατηγορίας.

Επίσης διάκριση μπορεί να γίνει και στο σύνολο των ανεξάρτητων μεταβλητών που απαιτούνται για την περιγραφή της κίνησης. Οι μεταβλητές αυτές ονομάζονται βαθμοί ελευθερίας. Έτσι, μπορούμε να διακρίνουμε τα συστήματα σαν μονοβάθμια, δευτεροβάθμια, τριτοβάθμια κ.τ.λ.

## 2.2) Ο ΜΟΝΟΒΑΘΜΙΟΣ ΤΑΛΑΝΤΩΤΗΣ

Ο μονοβάθμιος ταλαντωτής του σχήματος 5, αποτελεί το απλούστερο μοντέλο ταλαντωτή. Η εξίσωση κίνησης, θα προκύψει από τον δεύτερο νόμο του Newton. Οι δυνάμεις που δρουν στο μοντέλο του σχήματος 5 είναι η δύναμη του ελατηρίου  $F_k = -k * x$ , έτσι από τον δεύτερο νόμο του Newton θα έχουμε:

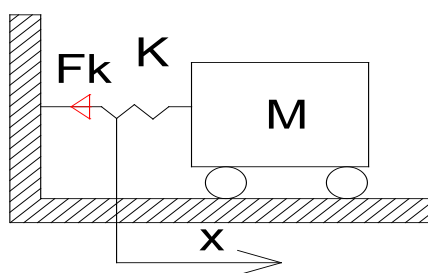
$$M * \ddot{x} = -k * x \Rightarrow$$

$$M * \ddot{x} + k * x = 0 \quad (1)$$

Η (1) είναι μια συνήθη γραμμική διαφορική εξίσωση δεύτερης τάξης που η λύση της είναι της μορφής :

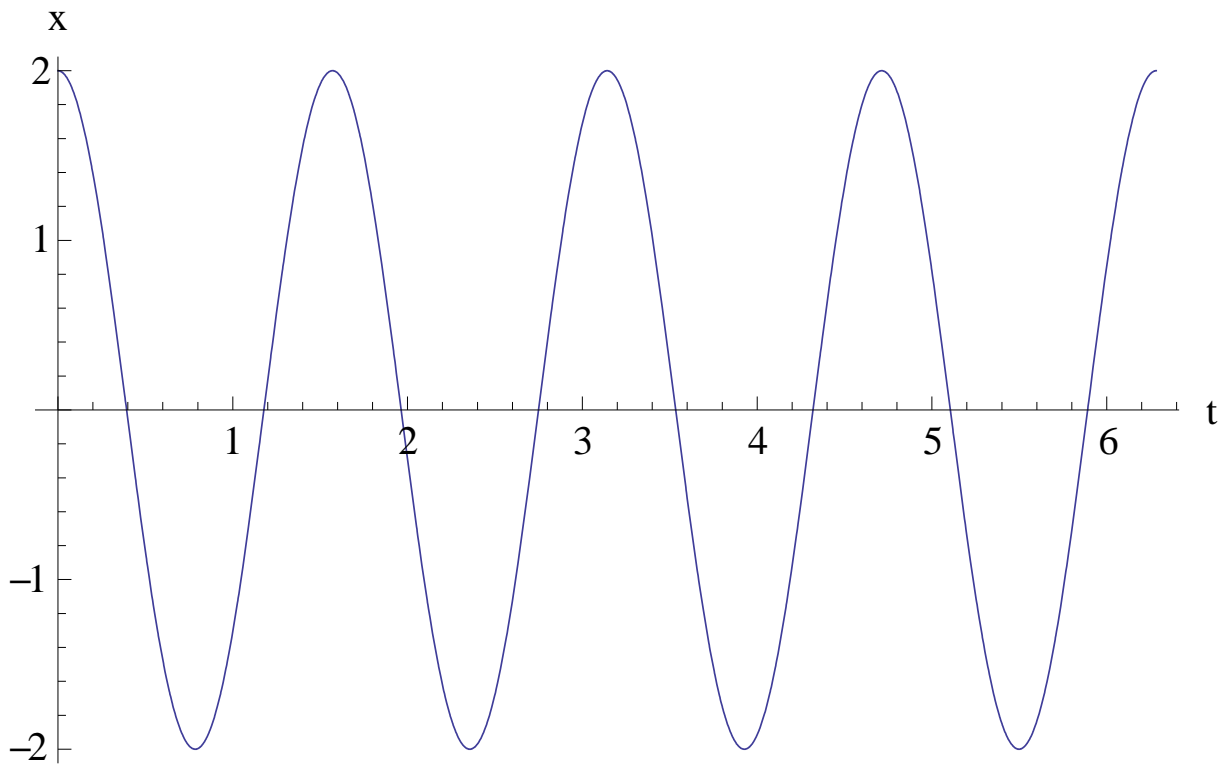
$$x(t) = A * \sin(\omega * t + \theta) \quad (2)$$

όπου  $A$  το πλάτος (δηλαδή η μέγιστη απομάκρυνση του συστήματος από τη θέση ισορροπίας),  $\omega = \sqrt{\frac{K}{M}}$ , η συχνότητα ταλάντωσης και  $\theta$  η αρχική φάση της ταλάντωσης. Έχοντας τις αρχικές συνθήκες (αρχική απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας και αρχική ταχύτητα) η ελεύθερη ταλάντωση του συστήματος του σχήματος 5 προσδιορίζεται πλήρως από την εξίσωση (2). Η απόκριση του συστήματος για  $A=2$ ,  $\theta=\frac{\pi}{2}$  και  $\omega=4$  παρουσιάζεται στο σχήμα 6



Σχήμα 5

### Ο ΜΟΝΟΒΑΘΜΙΟΣ ΤΑΛΑΝΤΩΤΗΣ ΧΩΡΙΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗ ΚΑΙ ΕΞΩΤΕΡΙΚΗ ΔΙΕΓΕΡΣΗ



**Σχήμα 6**

### **Η ΕΛΕΥΘΕΡΗ ΑΝΑΠΟΣΒΕΣΤΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ ΤΟΥ ΜΟΝΟΒΑΘΜΙΟΥ ΤΑΛΑΝΤΩΤΗ**

Στην περίπτωση απόσβεσης εκτός της δύναμης του ελατηρίου, έχουμε και την δύναμη απόσβεσης  $F_s$ . Στην περίπτωση αυτή, η εξίσωση που περιγράφει την κίνηση του συστήματος θα είναι :

$$M * \ddot{x} + C * \dot{x} + K * x = 0 \Rightarrow$$

$$\ddot{x} + 2 * \zeta * \dot{x} + \omega^2 * x = 0 \quad (3)$$

όπου  $C$  η σταθερά απόσβεσης και  $\zeta = \frac{C}{2 * M}$ . Η χαρακτηριστική εξίσωση της (3) είναι

$$\lambda^2 + 2 * \zeta * \lambda + \omega^2 = 0 \quad (4)$$

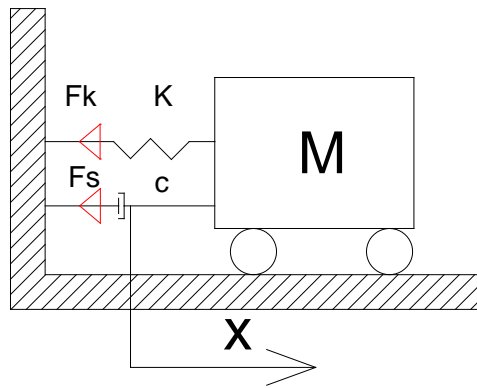
και διακρίνουμε δύο περιπτώσεις. Στην περίπτωση που η διακρίνουσα της (4) ως προς  $\lambda$  είναι θετική, η λύση της (3) θα είναι της μορφής

$$x(t) = A * e^{\lambda_1 * t} + B * e^{\lambda_2 * t}$$

όπου  $\lambda_1, \lambda_2$  οι λύσεις της (4). Η κατάσταση αυτή χαρακτηρίζεται ως υπεραπόσβεση. Ο ταλαντωτής τότε θα αποκριθεί όπως φαίνεται στο σχήμα 8β. Στην περίπτωση που η διακρίνουσα της (4) είναι αρνητική έχουμε την περίπτωση ασθενούς απόσβεσης και η λύση της (3) θα είναι της μορφής

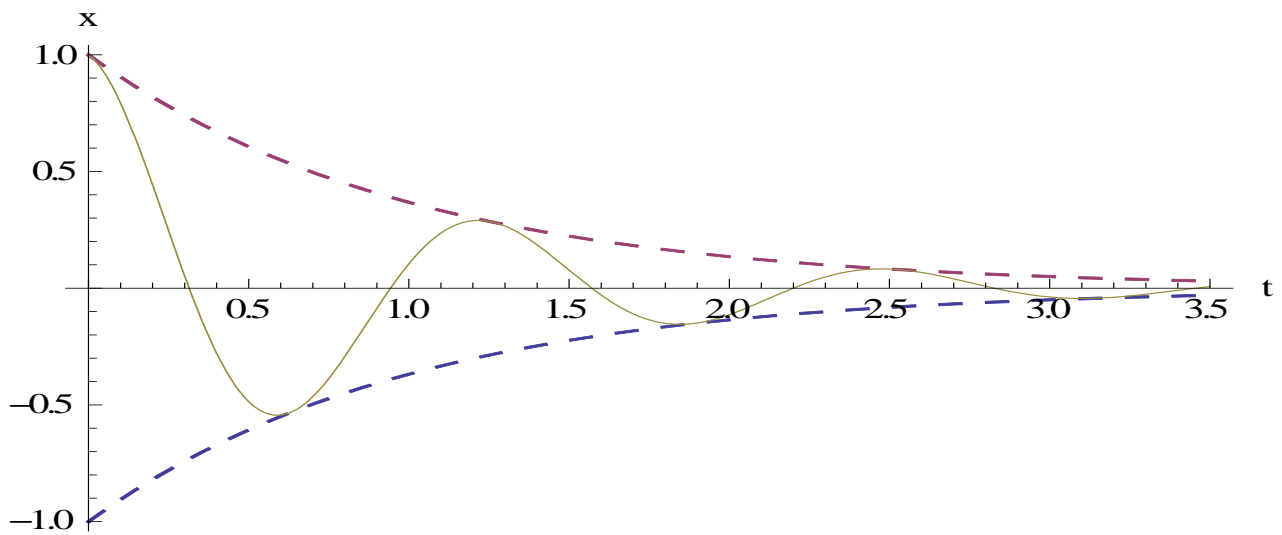
$$x(t) = A * e^{-\zeta * t} * \cos(\omega * t + \theta)$$

Στην κατάσταση αυτή το σύστημα αποκρίνεται όπως φαίνεται στο σχήμα 8α.



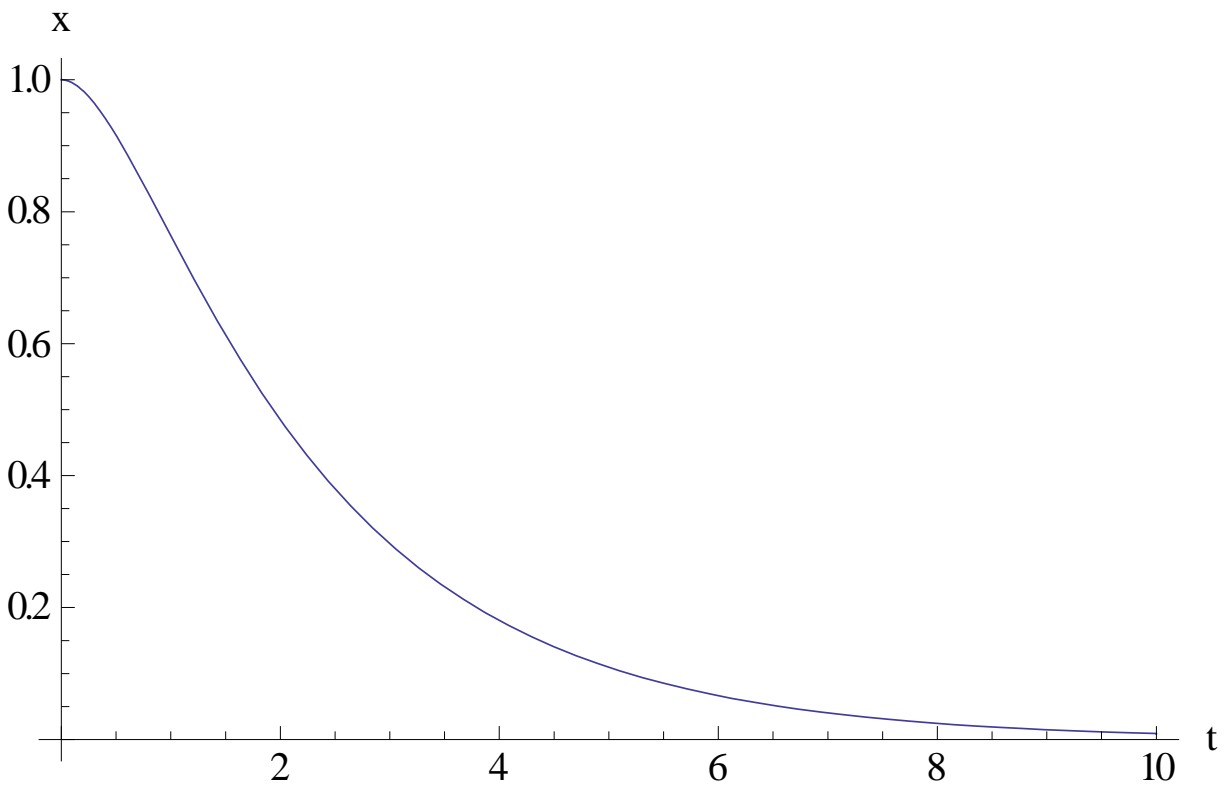
**Σχήμα 7**

**Ο ΜΟΝΟΒΑΘΜΙΟΣ ΤΑΛΑΝΤΩΤΗΣ ΜΕ ΑΠΟΣΒΕΣΗ**



**Σχήμα 8α**

**Η ΕΛΕΥΘΕΡΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ ΤΟΥ ΜΟΝΟΒΑΘΜΙΟΥ ΤΑΛΑΝΤΩΤΗ ΜΕ ΑΣΘΕΝΗ ΑΠΟΣΒΕΣΗ**



**Σχήμα 8β**

**Η ΕΛΕΥΘΕΡΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ ΤΟΥ ΜΟΝΟΒΑΘΜΙΟΥ ΤΑΛΑΝΤΩΤΗ ΜΕ ΥΠΕΡΑΠΟΣΒΕΣΗ**

Στην περίπτωση της εξαναγκασμένης ταλάντωσης, η εξίσωση που περιγράφει την κίνηση έχει την μορφή:

$$M * \ddot{x} + C * \dot{x} + K * x = f(t) \quad (5)$$

όπου  $f(t)$ , η συνάρτηση της διεγείρουσας δύναμης. Στην περίπτωση αρμονικής διέγερσης

$$f(t) = P_0 * \cos(\Omega * t)$$

η απόκριση του συστήματος θα έχει την μορφή

$$x(t) = A * \cos(\Omega * t + \theta)$$

όπου

$$A = \frac{P_0}{M} * \frac{1}{\sqrt{(\omega^2 - \Omega^2)^2 + 4 * \zeta^2 * \omega^2}}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left( \frac{-2 * \zeta * \omega}{\omega^2 - \Omega^2} \right)$$

Παρατηρούμε πώς στην περίπτωση που  $\omega = \Omega$  (περίπτωση συντονισμού), και μηδενική απόσβεση ( $\zeta = 0$ ), έχουμε άπειρα αυξανόμενο πλάτος. Ο όρος

$D = \frac{1}{\sqrt{(\omega^2 - \Omega^2)^2 + 4 * \zeta^2 * \omega^2}}$  ονομάζεται δυναμικός συντελεστής. Τιμές αυτού

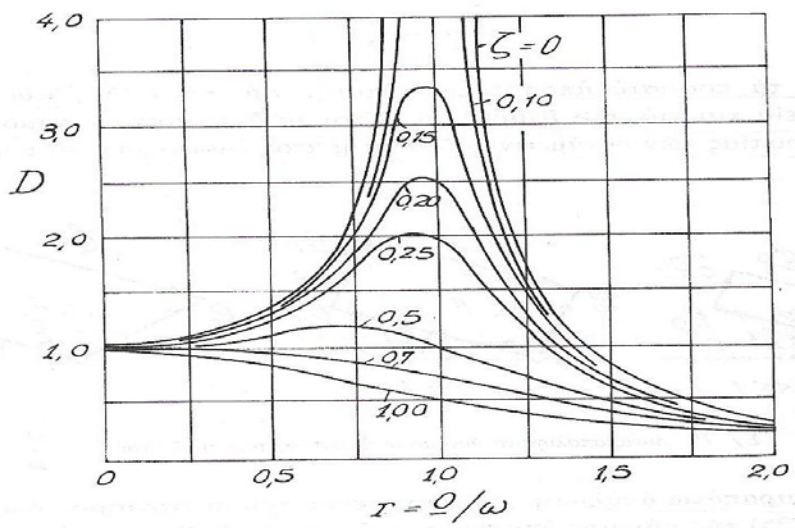
βλέπουμε στο σχήμα 9 συναρτήσει του λόγου  $r = \frac{\Omega}{\omega}$  και του συντελεστή  $\zeta$ .

Στην γενική περίπτωση διέγερσης, η απόκριση δίνεται από το ολοκλήρωμα

$$x(t) = \frac{1}{m * \omega_d} * \int_0^t \left( P(T) * e^{-\zeta * \omega * (t-T)} * \sin(\omega_d * (t - T)) \right) dT$$

όπου  $\omega_d = \omega * \sqrt{1 - \zeta^2}$ . Το ολοκλήρωμα ονομάζεται ολοκλήρωμα αναδίπλωσης η Duhamel και συνήθως η επίλυση του γίνεται με αριθμητικές μεθόδους.





Σχήμα 9

ΚΑΜΠΥΛΕΣ ΤΟΥ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ D (3Α)

### 2.3) Ο ΠΟΛΥΒΑΘΜΙΟΣ ΤΑΛΑΝΤΩΤΗΣ

Τα συστήματα στα οποία, οι ανεξάρτητες μεταβλητές που χρησιμοποιούνται για την περιγραφή της κίνησης είναι παραπάνω από μία ονομάζονται πολυβάθμια. Θα ασχοληθούμε πρώτα με ένα απλό παράδειγμα ελεύθερης κίνησης του συστήματος δύο βαθμών ελευθερίας που εικονίζεται στο σχήμα 10. Οι εξισώσεις κίνησης που απαιτούνται για την μελέτη του συστήματος εδώ είναι δύο. Άρα θα έχουμε :

$$M * \ddot{X}_1 = -K * X_1 + K * (X_2 - X_1) \quad (6)$$

και

$$M * \ddot{X}_2 = -K * X_2 - K * (X_2 - X_1) \quad (7)$$

Για την επίλυση του διαφορικού συστήματος των (6) και (7) θα χρησιμοποιήσουμε την μέθοδο των κανονικών τρόπων ταλάντωσης. Δεχόμαστε ότι στο σύστημα έχει διεγερθεί μόνο ένας κανονικός τρόπος ταλάντωσης που χαρακτηρίζεται από συχνότητα  $\omega$  και αρχική φάση  $\theta$ . Άρα οι λύσεις των (6), (7) θα είναι της μορφής

$$x_1(t) = A * \cos(\omega * t + \theta) \quad , \quad x_2(t) = B * \cos(\omega * t + \theta) \quad (8)$$

Αντικαθιστώντας τις (8) στις (6), (7) έχουμε :

$$\begin{cases} (M * \omega^2 - 2 * K) * A + K * B = 0 \\ K * A + (M * \omega^2 - 2K) * B = 0 \end{cases} \quad (9)$$

δηλαδή προκύπτει ένα γραμμικό σύστημα με άγνωστους τα πλάτη A και B. Για να έχει το (9) λύση πρέπει η ορίζουσα των συντελεστών να είναι ίση με το μηδέν, δηλαδή

$$\text{Det} \begin{bmatrix} M * \omega^2 - 2 * K & K \\ K & M * \omega^2 - 2K \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow$$

$$(M * \omega^2 - K) * (M * \omega^2 - 3 * K) = 0 \quad (10)$$

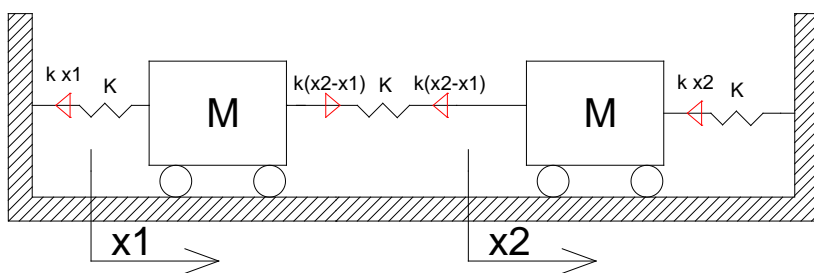
Η (10) έχει ρίζες τις τιμές:

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{K}{M}} \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{3 * K}{M}}$$

Όπου ονομάζονται ιδιοσυχνότητες ή συχνότητες κανονικών τρόπων ταλάντωσης. Έτσι, η απόκριση του συστήματος σαν επαλληλία των κύριων τρόπων ταλάντωσης θα είναι:

$$x_1(t) = A_1 * \cos(\omega_1 * t) + A_2 * \cos(\omega_2 * t)$$

$$x_2(t) = B_1 * \cos(\omega_1 * t) + B_2 * \cos(\omega_2 * t)$$



Σχήμα 10

### ΤΟ ΔΙΒΑΘΜΙΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΤΟΥ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΟΣ

Με ακριβώς ανάλογο τρόπο προκύπτουν οι ιδιοσυχνότητες κάθε n-βάθμιου συστήματος. Στην γενική περίπτωση πολυβάθμιου συστήματος, οι εξισώσεις κίνησης εμφανίζονται στη μορφή:

$$M_{jj} * \ddot{X}_j + C_{jj} * \dot{X}_j + K_{jj} * X_j = P_j \quad (11)$$

Όπου τα  $M_{jj}$ ,  $C_{jj}$ ,  $K_{jj}$  αποτελούν τους (ορθογώνιους) πίνακες μάζας απόσβεσης και ακαμψίας αντίστοιχα ενώ τα  $\ddot{X}_j$ ,  $\dot{X}_j$ ,  $X_j$ ,  $P_j$  τα διανύσματα επιτάχυνσης, ταχύτητας, απόκρισης και διέγερσης το συστήματος. Όπως έγινε και στο προηγούμενο παράδειγμα, η ανάλυση αυτού του συστήματος θα γίνει με τη βοήθεια κάποιων απλών κινήσεων ανεξάρτητων της διέγερσης. Αυτές οι κινήσεις καθορίζονται από τα φυσικά χαρακτηριστικά του συστήματος, είναι θεωρητικού χαρακτήρα και ο υπολογισμός έχει καθαρά μαθηματικό

χαρακτήρα. Για τον υπολογισμό τους θεωρούμε ένα τυχαίο πολυβάθμιο σύστημα με μηδενική εξωτερική διέγερση και μηδενική απόσβεση, τα ακριβή χαρακτηριστικά της διέγερσης και της απόσβεσης δεν μας ενδιαφέρουν προς το παρόν. Με βάση τα παραπάνω, η εξίσωση κίνησης του πολυβάθμιου συστήματος ανάγεται στην:

$$M_{jj} * \ddot{X}_j + K_{jj} * X_j = 0 \quad (12)$$

της οποίας θα αναζητήσουμε την λύση  $X_j(t)$ . Υποθέτουμε πώς η λύση είναι της μορφής

$$X_j = A_j * f(t) \quad (13)$$

όπου  $A_j$  ένα άγνωστο διάνυσμα μετακινήσεων, ανεξάρτητο του χρόνου και  $f(t)$  μια άγνωστη συνάρτηση του χρόνου. Αντικαθιστώντας την (13) στην (12), έχουμε

$$M_{jj} * A_j * \ddot{f}(t) + K_{jj} * A_j * f(t) = 0 \Rightarrow -\frac{\ddot{f}(t)}{f(t)} = \frac{K_{jj} * A_j}{M_{jj} * A_j} = \lambda \quad (14)$$

από την οποία, προκύπτουν οι εξής δύο εξισώσεις

$$K_{jj} * A_j = \lambda * M_{jj} * A_j \quad (15)$$

$$\ddot{f}(t) + \lambda * f(t) = 0 \quad (16)$$

Η (15) γράφεται

$$(K_{jj} - \lambda * M_{jj}) * A_j = 0 \quad (17)$$

πού σε ανεπτυγμένη μορφή, παριστάνει ένα ομογενές γραμμικό σύστημα  $j$  εξισώσεων με αγνώστους τις συνιστώσες του διανύσματος  $A_j$ . Το (17), εκτός της τετριμμένης λύσης  $A_j = 0$  έχει και άλλες, μη μηδενικές λύσεις για τιμές του  $\lambda$ . Η αναζήτηση των τιμών αυτών αποτελεί στην πραγματικότητα την επίλυση ενός προβλήματος ιδιοτιμής. Πράγματι για να έχει το (17) μη μηδενική λύση πρέπει η ορίζουσα των συντελεστών να είναι ίση με το μηδέν, δηλαδή

$$|K_{jj} - \lambda * M_{jj}| = 0$$

πού σε ανεπτυγμένη μορφή θα είναι πολυώνυμο  $j^{ου}$  βαθμού και θα δώσει σαν αποτέλεσμα τις τιμές του  $\lambda$  πού ονομάζονται τετράγωνα φυσικών

συχνοτήτων του συστήματος. Μετά από τον υπολογισμό τους για κάθε τιμή του  $\lambda$  θα βρούμε την συνιστώσα του  $A_j$  που αντιστοιχεί στην τιμή του  $\lambda$ , οι συνιστώσες αυτού του διανύσματος ονομάζονται ιδιοδιανύσματα. Το πρόβλημα ιδιοτιμής (17) χαρακτηρίζεται ως συμμετρικό λόγω της συμμετρικής μορφής των πινάκων μάζας και ακαμψίας. Το τελευταίο γεγονός είναι πολύ σημαντικό γιατί ως γνωστόν από την γραμμική άλγεβρα, κάθε συμμετρικό πρόβλημα ιδιοτιμής έχει πραγματικές ιδιοτιμές και τα αντίστοιχα ιδιοδιανύσματα είναι ορθογώνια μεταξύ τους.

Έχοντας τώρα λύσει το πρόβλημα ιδιοτιμής (πού σήμερα με δεδομένους τους πίνακες μάζας και ακαμψίας είναι πολύ εύκολο σε υπολογιστικό περιβάλλον όπως Matlab , Mathematica κ.α.) μπορούμε να προχωρήσουμε στον υπολογισμό της ελεύθερης κίνησης του συστήματος. Για τον υπολογισμό της ελεύθερης απόκρισης απαιτούνται αρχικές συνθήκες για την αρχική ταχύτητα και απομάκρυνση του κάθε βαθμού ελευθερίας από την θέση ισορροπίας του. Η λύση αυτού του προβλήματος αρχικών τιμών μπορεί να βρεθεί εύκολα με ανάλυση της ελεύθερης ταλαντώσεως σε σειρά απλούστερων κινήσεων που είναι οι κύριοι τρόποι ταλαντώσεως του συστήματος που προσδιορίσαμε πριν. Ειδικότερα, αντί της ανάλυσης του διανύσματος μετακινήσεων στις γεωμετρικές συντεταγμένες, θεωρούμε την ανάλυση :

$$x(t) = A_j * q_j(t) \quad (18)$$

όπου τα  $A_j$  είναι ο πίνακας ιδιοδιανυσμάτων που υπολογίσαμε προηγουμένως. Το κάθε ιδιοδιάνυσμα αποτελεί και έναν <<άξονα>> ενός καινούριου συστήματος συντεταγμένων που ονομάζεται κύριο. Έτσι το σύνολο των ιδιοδιανυσμάτων ορίζουν ένα καινούριο σύστημα συντεταγμένων στον  $j$ -διάστατο χώρο των μετακινήσεων  $x(t)$  που ονομάζεται κύριο σύστημα .Οι συναρτήσεις  $q_j(t)$  λέγονται συντεταγμένες του διανύσματος  $x(t)$  στο κύριο σύστημα αξόνων. Κάθε γεωμετρική συντεταγμένη προσδιορίζεται από την προβολή της αντίστοιχης μετακίνησης στο κύριο σύστημα, δηλαδή  $X_n(t) = A_n^T * x_n(t)$ . Με βάση αυτά θα αναλύσουμε τώρα την ελεύθερη ταλάντωση.

Αντικαθιστώντας την (18) στην (12) και πολλαπλασιάζοντας κατά μέλη με  $A_j^T$ , έχουμε :  $(A_j^T * M_{jj} * A_j) * \ddot{q}(t) + (A_j^T * K_{jj} * A_j) * q(t) = 0 \Rightarrow$

$$M_j * \ddot{q}(t) + K_j * q(t) = 0 \quad (19)$$

πού αποτελεί σύστημα ασύζευκτων εξισώσεων κίνησης (δηλαδή όλα τα στοιχεία των πινάκων είναι μηδέν εκτός από τα διαγώνια) ενώ το σύστημα (12) σύστημα συζευγμένων εξισώσεων. Έτσι το σύστημα (12) καταλήγει να διασπάται σε j ανεξάρτητες εξισώσεις κίνησης

$$M_n * \ddot{q}_j(t) + K_n * q_n(t) = 0$$

πού έχουν σαν λύση την εξίσωση :

$$q_n(t) = r_n * \cos(\omega_n * t - \theta_n)$$

$$\text{με } r_n = \sqrt{(q_{n0})^2 + \left(\frac{\dot{q}_{n0}}{\omega_n}\right)^2} \quad \text{και} \quad q_{n0} = \frac{1}{M_n} * A_n^T * M_{jj} * X(0),$$

$$\dot{q}_{n0} = \frac{1}{M_n} * A_n^T * M_{jj} * \dot{X}(0) \quad \text{και} \quad \theta_n = \arctan\left(\frac{\dot{q}_{n0}}{\omega_n * q_{n0}}\right)$$

Έτσι το ζητούμενο διάνυσμα ελεύθερης ταλάντωσης θα δίνεται σε μορφή σειράς j όρων :

$$X_n(t) = \sum_{n=0}^j [A_n * r_n * \cos(\omega_n * t - \varphi_n)]$$

ο καθένας από τους οποίους, αντιπροσωπεύει απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους  $A_n * r_n$  και αρχικής φάσης  $\varphi_n$ . Επειδή οι κινήσεις αυτές ταυτίζονται με τους κύριους τρόπους ταλάντωσης η μέθοδος ονομάζεται μέθοδος της επαλληλίας των κύριων τρόπων ταλαντώσεως.

Στην περίπτωση απόσβεσης, στην (12) πρέπει να προσθέσουμε και ακόμα έναν όρο πού παριστάνει τις δυνάμεις απόσβεσης. Υποθέτοντας ιξώδη απόσβεση τύπου Rayleigh οι δυνάμεις αυτές είναι γραμμικός συνδυασμός των ταχυτήτων του κάθε βαθμού ελευθερίας. Άρα έχουμε:

$$M_{jj} * \ddot{X}_j + C_{jj} * \dot{X}_j + K_{jj} * X_j = 0 \quad (20)$$

όπου  $C_{jj}$  ο πίνακας των συντελεστών απόσβεσης. Ακολουθώντας ακριβώς την ίδια διαδικασία όπως προηγουμένως θα έχουμε

$$(A_j^T * M_{jj} * A_j) * \ddot{q}(t) + (A_j^T * C_{jj} * A_j) * \dot{q}(t) + (A_j^T * K_{jj} * A_j) * q(t) = 0 \quad (21)$$

Η εξίσωση αυτή, σε αντίθεση με την (19) εμφανίζει αποσβεστική σύζευξη των εξισώσεων γιατί το  $C_{jj}$  γενικά δεν είναι διαγώνιο. Όμως μπορούμε (με κάποιες παραδοχές) να θέσουμε :

$$A_j^T * C_{jj} * A_j = C_j = \text{diag}(2 * M_n * \zeta_n * \omega_n)$$

Έτσι ή (20) μετασχηματίζεται στην

$$M_j * \ddot{q}(t) + K_j * q(t) + C_j * \dot{q}(t) = 0 \quad (22)$$

Στην εξίσωση αυτή οι πίνακες είναι όλοι διαγώνιοι με αποτέλεσμα όπως και πριν η (20) να διασπάται σε ένα σύστημα  $j$  ασύζευκτων εξισώσεων της μορφής:

$$M_n * \ddot{q}_n + 2 * M_n * \zeta_n * \omega_n * \dot{q}_n + K_n * q_n = 0 \quad (23)$$

Η (23) έχει λύσεις :

$$q_n(t) = \rho_n * e^{-\zeta_n * \omega_n * t} * \cos(\omega_{dn} * t - \theta_n) \quad (24)$$

όπου

$$\rho_n = \sqrt{\left[ (q_{n0})^2 + \left( \frac{\dot{q}_{n0} + \zeta_n * \omega_n * q_{n0}}{\omega_{dn}} \right)^2 \right]}$$

$$\omega_{dn} = \omega_n * \sqrt{1 - \zeta_n^2}$$

$$\theta_n = \arctan\left(\frac{\dot{q}_{n0} + \zeta_n * \omega_n * q_{n0}}{q_{n0} * \omega_{dn}}\right)$$

Στην περίπτωση που το σύστημα διεγείρεται από αρμονική δύναμη της μορφής:  $P(t) = P_0 * \sin(\Omega * t)$ , όπου  $P_0$  το  $j$ -διάστατο διάνυσμα-στήλη των πλατών της φόρτισης που αντιστοιχούν σε κάθε βαθμό ελευθερίας. Η εξίσωση κίνησης τότε, παίρνει την μορφή :

$$M_{jj} * \ddot{X}_{jj} + C_{jj} * \dot{X}_j + K_{jj} * X_j = P(t) \quad (25)$$

Κάνοντας πάλι την ίδια διαδικασία με προηγουμένως, τελικά έχουμε :

$$M_n * \ddot{q}(t) + K_n * q(t) + C_n * \dot{q}(t) = \bar{P}_n \quad (26)$$

$$\text{όπου } \bar{P}_n = A_n^T * P(t)$$

και καταλήγουμε στην (25) πού είναι σύστημα ασύζευκτων εξισώσεων πού έχει λύσεις:  $q_n(t) = B_n * \cos(\Omega * t + \theta_n)$  με

$$B_n = \frac{P_{n0}}{M_n} * \frac{1}{\sqrt{(\omega_n^2 - \Omega^2)^2 + 4 * \zeta_n^2 * \omega_n^2}}$$

$$\theta_n = \tan^{-1} \left( \frac{-2 * \zeta_n * \omega_n}{\omega_n^2 - \Omega^2} \right)$$

ενώ στην περίπτωση γενικής διέγερσης η απόκριση θα δίνεται πάλι από το ολοκλήρωμα Duhamel για κάθε κανονικό τρόπο ταλάντωσης ξεχωριστά :

$$q_n(t) = \frac{1}{M_n * \omega_{dn}} * \int_0^t [\bar{F}_n(T) * e^{-\zeta_n * \omega_n * (t-T)} * \sin(\omega_{dn} * (t - T))] dT$$

όπου

$$\bar{F}_n(t) = A_j^T * F(t)$$

Και F(t) το διάνυσμα φόρτισης. Η απόκριση σε κάθε περίπτωση θα δίνεται πάλι σαν επαλληλία των κύριων τρόπων ταλαντώσεως.



## 2.4) ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ ΜΟΝΟΔΙΑΣΤΑΤΩΝ ΣΥΝΕΧΩΝ ΦΟΡΕΩΝ

Προηγουμένως, εξετάσαμε μηχανικά συστήματα πού η μάζα και η ακαμψία τους ήταν συγκεντρωμένα σε διακεκριμένες θέσεις και το πλήθος των σημείων αυτών καθόριζε τους βαθμούς ελευθερίας. Τώρα θα εξετάσουμε συστήματα με συνεχή κατανομή μάζας και ακαμψίας. Η φυσική συνέπεια αυτού του γεγονότος είναι οι εξισώσεις κίνησης αυτών των συστημάτων να περιγράφονται από διαφορικές εξισώσεις μερικών παραγώγων πού η επίλυση τους είναι κατά πολύ δυσχερέστερη από των διακριτών συστημάτων. Πλέον στην πράξη για την επίλυση τέτοιων προβλημάτων (πού μπορεί να μην είναι μονοδιάστατοι φορείς όπως τα δοκάρια που θα εξετάσουμε αλλά δυσδιάστατοι ή τρισδιάστατοι π.χ. πλάκες ή κελύφη) ο εξεταζόμενος φορέα επιλύεται με την βοήθεια του Η/Υ με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων ή με άλλη αριθμητική μέθοδο.

Ξεκινάμε την ανάλυση με τη δοκό του σχήματος 11. Η δοκός αυτή φορτίζεται δυναμικά κατά μήκος από αξονικό φορτίο ανά μονάδα μήκους  $f(x,t)$  και η δοκός έχει απόκριση  $u(x,t)$ . Σχεδιάζοντας το Δ.Ε.Σ. της δοκού και υποθέτοντας μηδενική απόσβεση, σταθερή διατομή και ισότροπο υλικό κατασκευής της (άρα σταθερά χαρακτηριστικά μάζας και ατένειας κατά μήκος της δοκού), από τον δεύτερο νόμο του Newton έχουμε την εξίσωση της αξονικής ταλάντωσης της δοκού:

$$\rho * A * \ddot{u}(x,t) - E * A * \frac{d^2 u(x,t)}{dx^2} = f(x,t) \quad (27).$$

Η (25) είναι γραμμική διαφορική εξίσωση μερικών παραγώγων δεύτερης τάξης μη ομογενής. Από την αντίστοιχη ομογενή θα προκύψουν με κατάλληλες συνοριακές συνθήκες οι ιδιοσυχνότητες. Κάνοντας χωρισμό των μεταβλητών (δηλαδή κάνοντας την υπόθεση:  $u(x,t) = F(x) * F(t)$ ) και αντικαθιστώντας στην ομογενή της (11) προκύπτει

$$u(x,t) = [A * \sin(\lambda * x) + B * \cos(\lambda * x)] * \cos(\omega * t + \varphi)$$

Όπου  $\lambda = \omega * \sqrt{\frac{\rho}{E}}$ , Εφαρμόζοντας τις συνοριακές συνθήκες της αμφίπακτης δοκού ( $u(0,t)=0$ ,  $u(L,t)=0$ ), προκύπτουν οι ιδιοσυχνότητες της αμφίπακτης

δοκού σε αξονική ταλάντωση  $\omega_n = \frac{n*\pi}{L} * \sqrt{\frac{E}{\rho}}$  και η ελεύθερη αξονική ταλάντωση της δοκού θα δίνεται σαν επαλληλία των (άπειρων) κανονικών τρόπων ταλάντωσης σε μορφή απειροσειράς :

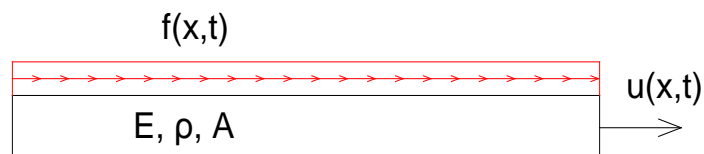
$$u(x, t) = \sum_{n=0}^{n=+\infty} \left[ A_n * \sin\left(\frac{n * \pi}{L} * x\right) * \cos(\omega_n + \varphi_n) \right]$$

Με την ίδια μεθοδολογία προκύπτουν οι εξισώσεις στρεπτικής και καμπτικής ταλάντωσης της δοκού :

$$\rho * J * \ddot{\Theta}(x, t) - G * J * \frac{d^2\Theta(x, t)}{dt^2} = q(x, t)$$

$$\rho * A * \ddot{w}(x, t) + E * J * \frac{d^4w(x, t)}{dx^4} = p(x, t).$$

Η μέθοδος υπολογισμού των ιδιοσυχνοτήτων και της απόκρισης είναι εντελώς αντίστοιχη.



**Σχήμα 11**

**ΤΟ ΜΟΝΟΔΙΑΣΤΑΤΟ ΣΥΝΕΧΕΣ ΑΞΟΝΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ**

## 2.5) Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων

Στις κλασικές προσεγγίσιμες μεθόδους επίλυσης προβλημάτων δυναμικής κατασκευών η βασική ιδέα είναι να εκφραστεί η προσεγγιστική απόκριση ως άθροισμα πεπερασμένων όρων με επιλεγμένη χωρική και άγνωστη χρονική εξάρτηση. Με τον τρόπο αυτό, ο αρχικός φορέας της συνεχούς κατασκευής μετατρέπεται σε μοντέλο διακριτών βαθμών ελευθερίας που η συμπεριφορά του περιγράφεται από σύστημα συνήθων διαφορικών εξισώσεων. Το βασικό μειονέκτημα αυτών των μεθόδων είναι ότι χρειάζεται να καθοριστεί η χωρική εξάρτηση της απόκρισης σε όλη την έκταση του συστήματος, κάτι που είναι ιδιαίτερα δύσκολο σε πολύπλοκες κατασκευές ή κατασκευές με μεταβλητή κατανομή αδρανειακών και ελαστικών ιδιοτήτων. Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων ξεπερνά πολλά από αυτά τα προβλήματα. Στη μέθοδο αυτή η απόκριση του κάθε στοιχείου εκφράζεται συναρτήσει της απόκρισης ορισμένων διακριτών σημείων που ονομάζονται κόμβοι και ειδικών συναρτήσεων με γνωστή χωρική εξάρτηση. Κατόπιν γίνεται κατάστρωση των πινάκων μάζας και ακαμψίας για κάθε στοιχείο ξεχωριστά και στη συνέχεια γίνεται μεταφορά των πινάκων ως προς το πάγιο σύστημα αναφοράς ολόκληρου του φορέα και γίνεται δέσμευση κάποιων βαθμών ελευθερίας αν χρειάζεται. Έτσι καταλήγουμε στους τελικούς πίνακες μάζας και ακαμψίας του φορέα και λύνεται το γραμμικό σύστημα συνήθων διαφορικών εξισώσεων που προκύπτει. Μεγάλη ώθηση στην ανάπτυξη αυτής της μεθόδου έδωσε και η παράλληλη ανάπτυξη των Η/Υ που είναι απαραίτητοι για την πρακτική εφαρμογή της μεθόδου. Στην παρούσα ανάλυση, θα περιοριστούμε σε μονοδιάστατα στοιχεία για την διακριτοποίηση μονοδιάστατων φορέων (δοκαριών).

Τα πεπερασμένα στοιχεία της ευθύγραμμης (ή καμπυλόγραμμης) δοκού θα είναι και αυτά ευθύγραμμοι δοκοί μήκους  $L$ . Κάθε στοιχείο (όπως και η δοκός στην οποία ανήκει) μπορεί να δέχεται ποικίλες καταπονήσεις (εφελκυσμό, κάμψη, στρέψη κ.τ.λ.). Οι προκύπτουσες μετακινήσεις του στοιχείου εκφράζονται προσεγγιστικά με αντίστοιχες επιτρεπτές συναρτήσεις, τις συναρτήσεις μορφής. Αυτές οι συναρτήσεις πρέπει να ικανοποιούν ορισμένες απαιτήσεις, για τα μονοδιάστατα στοιχεία συνοψίζονται στις εξής :

A) Να πληρούν τις γεωμετρικές συνοριακές συνθήκες.

B) Να είναι επαρκώς παραγωγίσιμες.

Οι συνθήκες αυτές μπορούν να ικανοποιηθούν από πολυωνυμικές συναρτήσεις της μορφής :

$$\Phi(\chi) = a_0 + \alpha_1 * \chi + \alpha_2 * \chi^2 + \dots a_n * \chi^n.$$

Οι σταθεροί συντελεστές υπολογίζονται κατά περίπτωση βάσει των συνοριακών συνθηκών και το είδος της φόρτισης του στοιχείου. Τώρα για το αξονικό στοιχείο, θεωρούμε τη δοκό του σχήματος 12. Η δοκός υποδιαιρείται σε στοιχεία σταθερού μήκους L. Κατά την αξονική ταλάντωση της δοκού, λόγω της διέγερσης f(x,t) οι κόμβοι 1,2 ,... θα εμφανίζουν αξονικές μετατοπίσεις u1(t), u2(t),... οι οποίες θα είναι ίσες με τις μετατοπίσεις των άκρων των στοιχείων. Τα μεγέθη u<sub>i</sub>(t) λέγονται γενικευμένες συντεταγμένες του συστήματος και με αυτές εκφράζουμε την κίνηση του στοιχείου σε κάθε σημείο του. Η μετατόπιση σε κάποιο ενδιάμεσο του στοιχείου 1-2 γράφεται

$$u(x, t) = u_1(t) * \Phi_1(\chi) + u_2(t) * \Phi_2(x)$$

όπου  $\Phi_1(\chi)$ ,  $\Phi_2(x)$  οι συναρτήσεις μορφής του στοιχείου. Αυτές οι συναρτήσεις πρέπει να ικανοποιούν τις συνοριακές συνθήκες του στοιχείου, αυτές είναι :  $u(0, t) = u_1(t)$ ,  $u(L, t) = u_2(t)$  . Για τις δύο συνοριακές συνθήκες πρέπει να ισχύει για τις συναρτήσεις μορφής :

$$\Phi_1(0) = 1, \quad \Phi_2(0) = 0$$

$$\Phi_1(L) = 0, \quad \Phi_2(L) = 1$$

Έτσι με τις τέσσερις τελευταίες συνοριακές συνθήκες καταλήγουμε στις εξής συναρτήσεις μορφής για το αξονικό στοιχείο :

$$\Phi_1(x) = \frac{1-x}{L}, \quad \Phi_2(x) = \frac{x}{L}$$

Άρα για το κάθε στοιχείο, ο πίνακας μάζας θα δίνεται από το ολοκλήρωμα

$$m_{ij} = \int_0^L [m(x) * \Phi_i * \Phi_j] dx$$

Και ο πίνακας ακαμψίας

$$k_{ij} = \int_0^L [E(x) * A(x) * \Phi_i * \Phi_j] dx$$

Στην ειδική περίπτωση που τα ελαστικά και αδρανειακά χαρακτηριστικά της δοκού είναι σταθερά κατά μήκος, και εκτελώντας τις παραπάνω ολοκληρώσεις καταλήγουμε στους παρακάτω πίνακες :

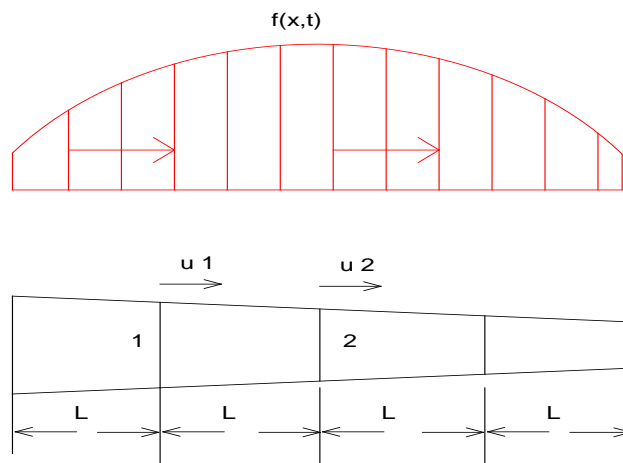
$$m_{ij} = \frac{\rho * A * L}{6} * \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$k_{ij} = \frac{E * A}{L} * \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Οι τελευταίοι πίνακες αποτελούν τους πίνακες μάζας και ακαμψίας του αξονικού στοιχείου σταθερής διατομής. Χρησιμοποιώντας τις ίδιες συναρτήσεις μορφής προκύπτουν και οι αντίστοιχοι πίνακες για το στρεπτικό στοιχείο σταθερής διατομής :

$$I_{ij} = \frac{\rho * I_p * L}{6} * \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$k_{ij} = \frac{G * J}{L} * \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$



**Σχήμα 12**

### **ΤΟ ΑΞΟΝΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ**

Για το καμπτικό στοιχείο, θεωρούμε τη δοκό του σχήματος 13. Κατά την καμπτική ταλάντωση λόγω της διέγερσης  $P(x, t)$  το στοιχείο 1-2 θα εμφανίζει στα άκρα του τις δύο κάθετες μετατοπίσεις ( $u_1, u_2$ ) και τις δύο γωνίες στροφής ( $\theta_1, \theta_2$ ). Άρα το διάνυσμα των γενικευμένων συντεταγμένων του στοιχείου θα είναι :  $(u_1(t), u_2(t), u_3(t), u_4(t)) = (y_1(t), \theta_1(t), y_2(t), \theta_2(t))$ .

Βάσει των συνθηκών του καμπτικού στοιχείου καταλήγουμε στις συναρτήσεις μορφής του καμπτικού στοιχείου :

$$\Phi_1(x) = 1 - 3 * \frac{x^2}{L^2} + 2 * \frac{x^3}{L^3}$$

$$\Phi_2(x) = x - 2 * \frac{x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2}$$

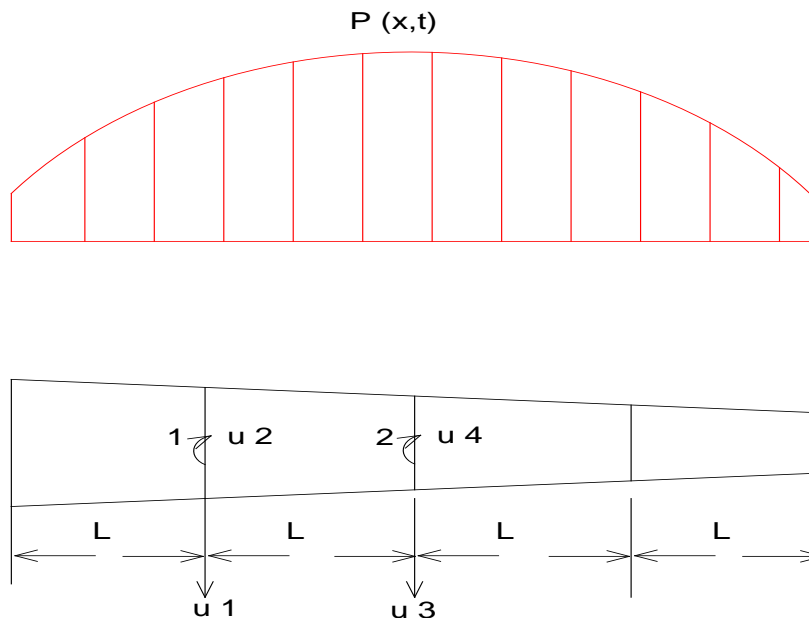
$$\Phi_3(x) = 3 * \frac{x^2}{L^2} - 2 * \frac{x^3}{L^3}$$

$$\Phi_4(x) = -\frac{x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2}$$

Θεωρώντας ξανά σταθερή διατομή κατά μήκος του στοιχείου παίρνουμε τους πίνακες μάζας και ακαμψίας:

$$M_{ij} = \frac{\rho * A * L}{420} \begin{pmatrix} 156 & 22L & 54 & -13L \\ 22L & 4L^2 & 13L & -3L^2 \\ 54 & 13L & 156 & -22L \\ -13L & -3L^2 & -22L & 4L^2 \end{pmatrix}$$

$$K_{ij} = \frac{E * I}{L^3} \begin{pmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{pmatrix}$$



**Σχήμα 13**

**ΤΟ ΚΑΜΠΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ**

Ο πίνακας των συντελεστών απόσβεσης μπορεί να προκύψει από τους πίνακες μάζας και ακαμψίας του φορέα θεωρώντας απόσβεση τριβής τύπου Rayleigh σαν γραμμικός συνδυασμό τους, δηλαδή :  $c_{ij} = a * m_{ij} + b * k_{ij}$  .Στην διεθνή βιβλιογραφία υπάρχουν πίνακες με τιμές των  $a$  ,  $b$  με αποτέλεσμα έχοντας τους πίνακες μάζας και ακαμψίας να μπορούμε να εκτιμήσουμε και τις δυνάμεις απόσβεσης.

## **2.6)Απόκριση σε στοχαστική διέγερση**

Μέχρι τώρα τόσο οι τιμές των παραμέτρων των εξεταζόμενων συστημάτων όσο και η διέγερση θεωρήθηκαν δεδομένα. Όμως σε πολλές περιπτώσεις υπάρχει αβεβαιότητα τόσο στα ελαστικά και αδρανειακά χαρακτηριστικά του συστήματος όσο και στην ιστορία της διέγερσης. Σε τέτοιες περιπτώσεις η απόκριση του συστήματος δεν είναι δυνατόν να προσδιοριστεί με ακρίβεια. Έτσι όταν η αβεβαιότητα στις παραμέτρους αυτές είναι σημαντική, η ανάλυση της δυναμικής συμπεριφοράς του συστήματος προσδιορίζεται με στατιστικές μεθόδους. Στην παρούσα παράγραφο θα ασχοληθούμε με την περίπτωση που είναι γνωστές οι παράμετροι του συστήματος και η διέγερση είναι στοχαστικού χαρακτήρα και ειδικότερα στάσιμη στοχαστική διαδικασία (δηλαδή τα χαρακτηριστικά της δεν μεταβάλλονται με μετάθεση της αρχής του χρόνου ή καλύτερα η διέγερση είναι περιοδικής φύσης). Σε αυτή την περίπτωση ισχύει το ακόλουθο γενικό αποτέλεσμα που συνδέει την φασματική πυκνότητα της διέγερσης στους διάφορους βαθμούς ελευθερίας με την φασματική πυκνότητα της απόκρισης αυτών :

$$S_{XX}(\omega) = \bar{H}(\omega) * S_{FF} * H(\omega)^T$$

όπου  $H(\omega) = (-\omega^2 * M + i * \omega * C + K)^{-1}$  ο πίνακας συντελεστών μιγαδικής αποκρίσεως συχνότητας και  $\bar{H}(\omega)$  ο συζυγής του. Στην περίπτωση ενός βαθμού ελευθερίας ο παραπάνω τύπος απλουστεύεται στον :

$$S_{XX}(\omega) = |H(\omega)|^2 * S_{FF}(\omega)$$



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

### 3.1) Το πλοίο σαν συνεχής δοκός

Όπως είπαμε και στην εισαγωγή της εργασίας η μελέτη της ταλαντωτικής συμπεριφοράς της μεταλλικής κατασκευής του πλοίου με αναλυτικές μεθόδους αποτελεί πρόβλημα πολύ δύσκολο στην επίλυση του, λόγω της φύσης των εξισώσεων που προκύπτουν. Σήμερα χρησιμοποιούνται συστήματα διακριτών βαθμών ελευθερίας που αντιπροσωπεύουν το σύνολο της μεταλλικής κατασκευής. Ωστόσο απλά συνεχή συστήματα έχουν στο παρελθόν χρησιμοποιηθεί από ερευνητές (βλ. Kennard -1955, Todd-1961) για την κατανόηση ορισμένων πλευρών της ταλαντωτικής συμπεριφοράς της μεταλλικής κατασκευής. Στο σχήμα 14 βλέπουμε το μονοδιάστατο, συνεχές μοντέλο που έχει χρησιμοποιηθεί για την περίπτωση καμπτικής ταλαντώσεως της γάστρας. Το δοκάρι (γάστρα) εδράζεται πάνω σε ελαστική έδραση, ακαμψίας/ μονάδας μήκους ( $k$ ), που αντιπροσωπεύει την άντωση του θαλασσινού νερού, ή διέγερση  $f(x,t)$  αντιπροσωπεύει την διέγερση από τις υδροδυναμικές δυνάμεις της έλικας ( $M$ ) αντιπροσωπεύει την ανά μονάδα μήκους μάζα της γάστρας (συμπεριλαμβανομένης της πρόσθετης μάζας λόγω της κινήσεως του πλοίου στο νερό), ( $c$ ) αντιπροσωπεύει τον συντελεστή απόσβεσης της κατασκευής και ( $c_w$ ) αντιπροσωπεύει τον υδροδυναμικό συντελεστή απόσβεσης. Η ταλάντωση του συστήματος σαν δοκό Euler-Bernoulli δίνει την εξίσωση καμπτικής ταλαντώσεως για το σύστημα :

$$M * \ddot{w}(x, t) + E * I * \frac{d^4 w(x, t)}{dx^4} + c * \frac{d^5 w(x, t)}{dx^4 dt} + k * w(x, t) + c_w * \dot{w}(x, t) = f(x, t)$$

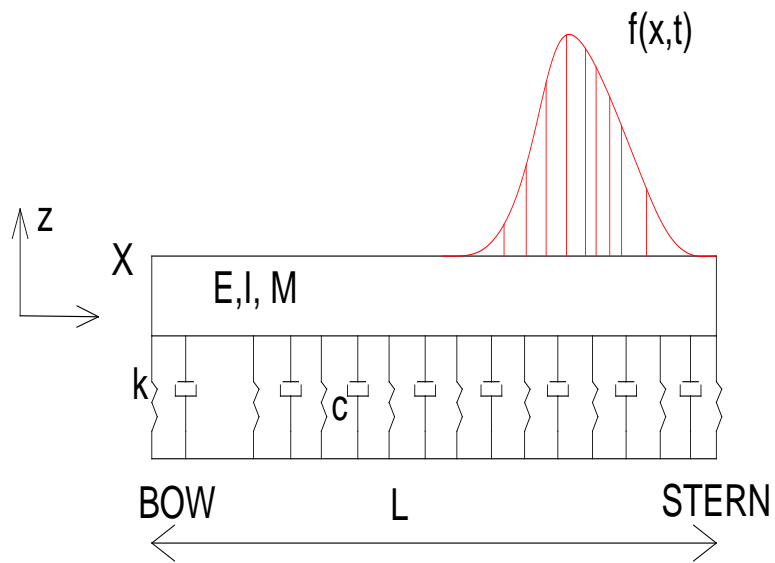
Για τη λύση αυτής της εξίσωσης μπορείτε να ανατρέξετε στις αντίστοιχες εργασίες ( Kennard-“Forced vibration of beams and the effect of sprung masses” DTMB report 955 July 1955, Todd-“Ship hull vibrations”, Edward Arnold Ltd. London 1961), στην παρούσα εργασία δεν είναι σκόπιμο να ασχοληθούμε με την επίλυση της αλλά να παραθέσουμε μερικά ενδιαφέροντα συμπεράσματα που προκύπτουν από τις εργασίες τους. Στο σχήμα 15 βλέπουμε το σχετικό πλάτος της ταλάντωσης της πρύμνης ως προς το πλάτος της διέγερσης από τη έλικα συναρτήσει του λόγου  $r = \frac{\omega_n^\alpha}{\Omega_f}$ , για την περίπτωση αναπόσβεστης ταλάντωσης. Παρατηρούμε την ασυμπτωτική συμπεριφορά των

καμπύλων με κατακόρυφη ασύμπτωτη τις ευθείες  $\frac{\omega_1}{\Omega_f}, \frac{\omega_2}{\Omega_f}, \frac{\omega_3}{\Omega_f}, \dots$  που ερμηνεύει την απειρία του πλάτους της αναπόσβεστης ταλάντωσης στην περίπτωση συντονισμού. Τα μεγέθη που ορίζονται στο σχήμα 15 είναι τα ακόλουθα :

$$\frac{W(1)}{F(x)} = \frac{1}{k^3} * \tan(k - 1)$$

$$\frac{\omega_n^\alpha}{\Omega_f} = [(4 * n + 1) * \pi/4]^2$$

$$\Omega_f = \sqrt{\frac{E * I/L^3}{M * L}}$$



Σχήμα 14

ΤΟ ΜΟΝΟΔΙΑΣΤΑΤΟ ΣΥΝΕΧΕΣ ΚΑΜΠΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΓΑΣΤΡΑΣ ΠΛΟΙΟΥ

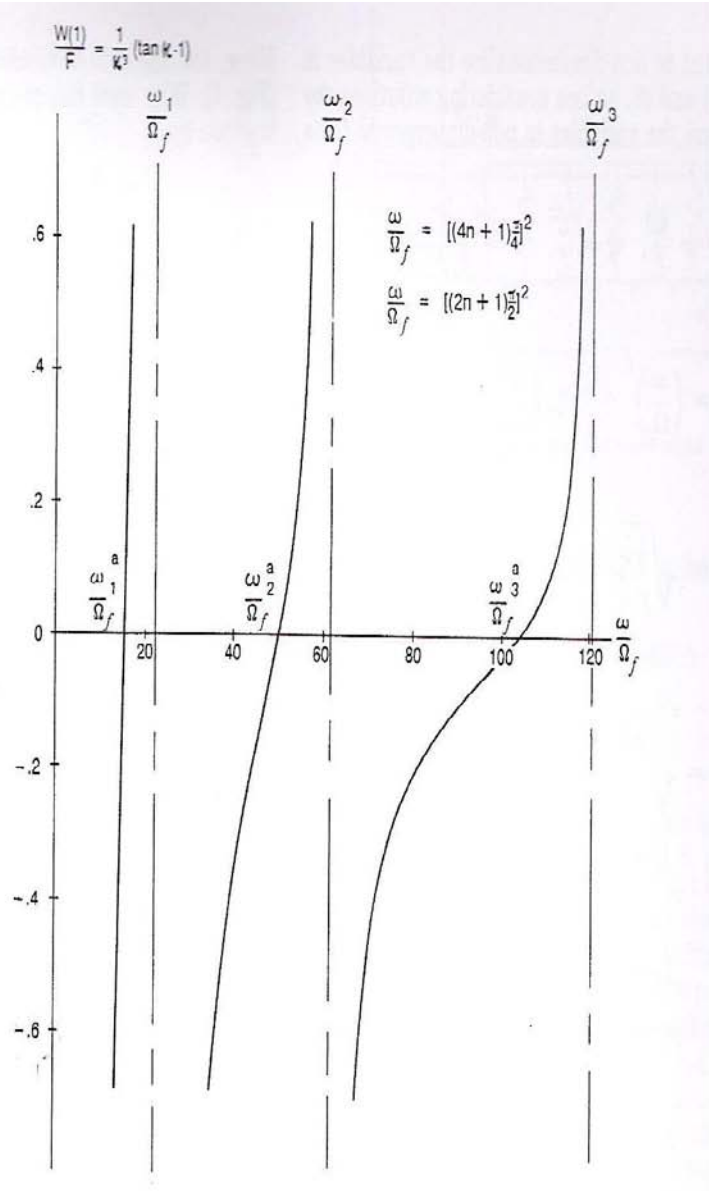
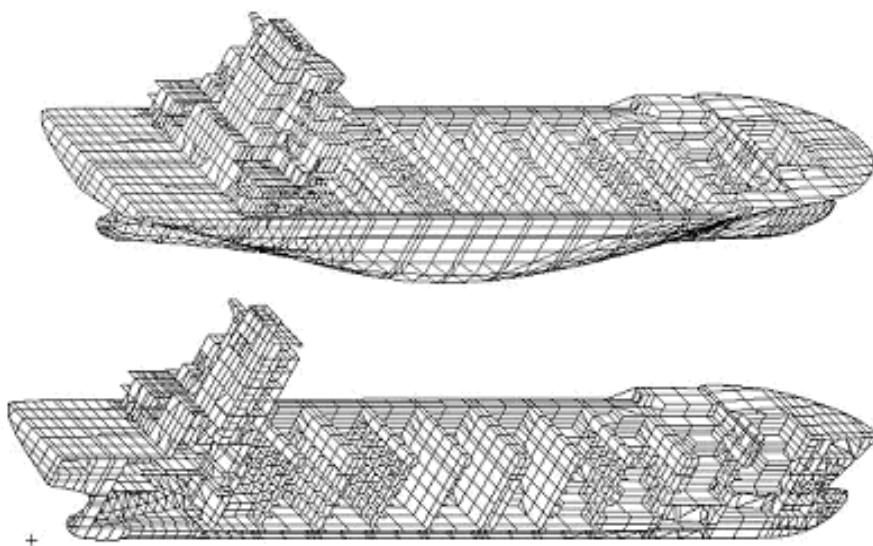


Fig. 4 Hull beam response characteristics

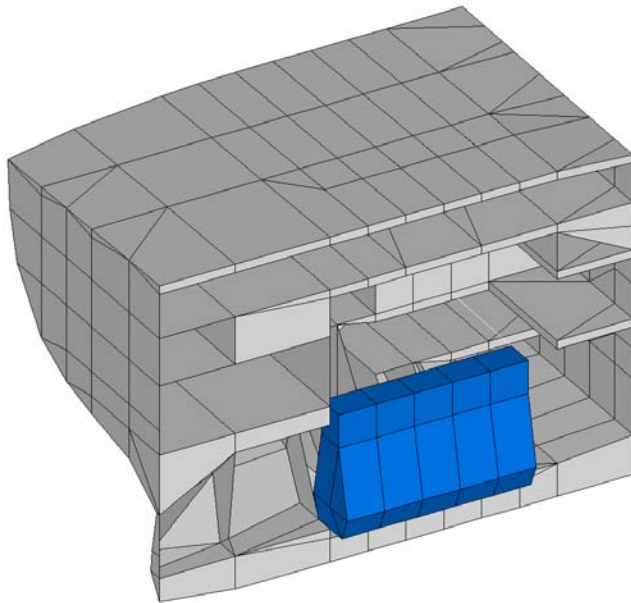
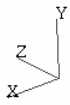
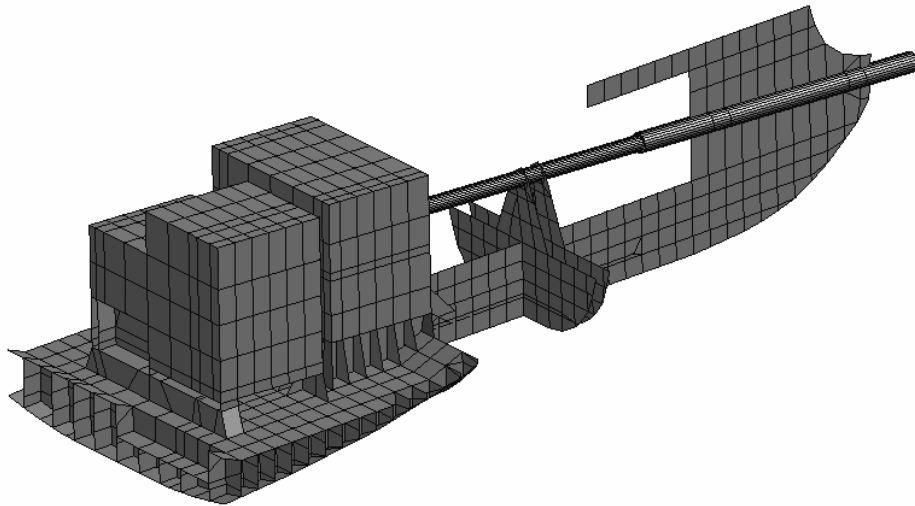
**Σχήμα 15 (1B)**

### **3.2) Διακριτοποίηση της μεταλλικής κατασκευής**

Στις μέρες μας η μελέτη της μεταλλικής κατασκευής (ή τμήματα αυτής) γίνεται με διακριτοποίηση της. Η πιο σύγχρονη μέθοδος διακριτοποίησης είναι η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων που μελετήσαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο. Για την ανάλυση της ταλαντωτικής συμπεριφοράς της μεταλλικής κατασκευής του πλοίου (συμπεριλαμβανομένου και των υπερκατασκευών, συστήματος πρόωσης, ανοιγμάτων κυρίου καταστρώματος, ενδιάμεσα καταστρώματα κ.τ.λ.) χρησιμοποιούνται μονοδιάστατα δυοδιάστατα και τρισδιάστατα πεπερασμένα στοιχεία για την διακριτοποίηση της που στο σύνολο τους φτάνουν τα 20 έως και 40000000 στοιχεία για την όσο γίνεται ακριβέστερη γεωμετρική περιγραφή της μεταλλικής κατασκευής ή τοπικά για τις ταλαντώσεις συγκεκριμένων μερών αυτής (π.χ. ταλάντωση διπυθμένου στην περιοχή του μηχανοστασίου). Στα παρακάτω σχήματα βλέπουμε παραδείγματα μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων που προσομοιώνουν την μεταλλική κατασκευή ολόκληρου του πλοίου καθώς και το μηχανοστάσιο και το αξονικό σύστημα. Η πρακτική εφαρμογή της μεθόδου αυτής απαιτεί τη χρήση προγραμμάτων Η/Υ που μπορεί να είναι είτε γενικά πακέτα πεπερασμένων στοιχείων ή ειδικευμένα ναυπηγικά πακέτα.

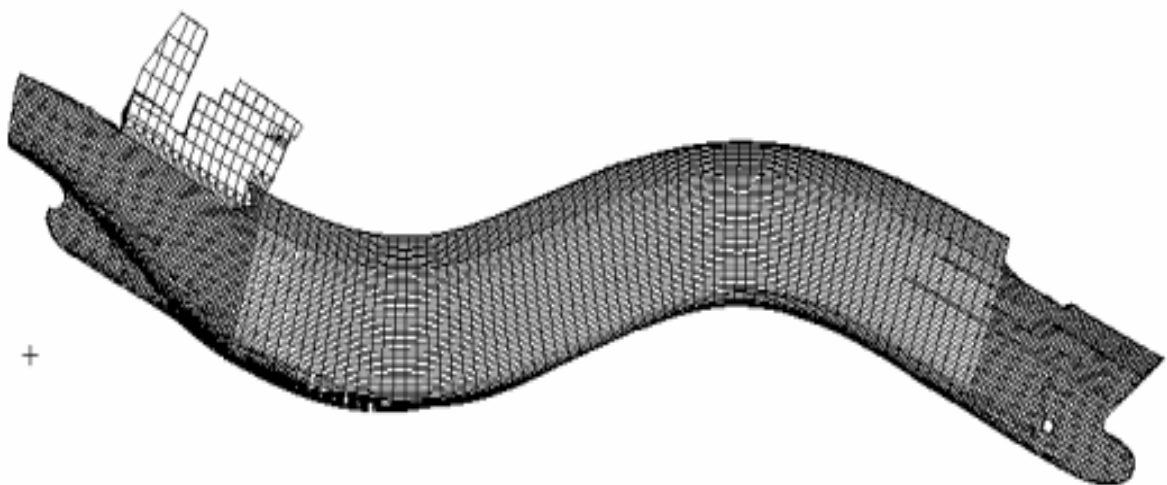
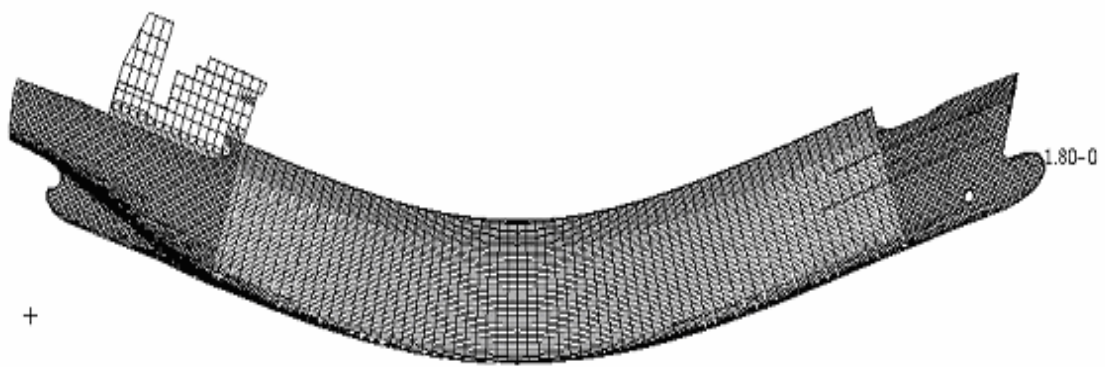


### **ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΜΕΤΑΛΛΙΚΗΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ ΠΛΟΙΩΝ ΜΕ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ (6B)**

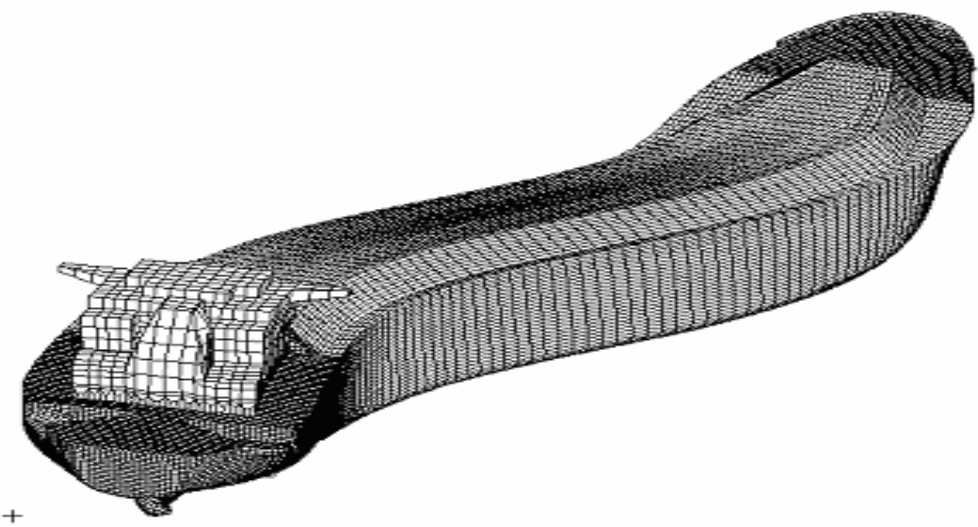
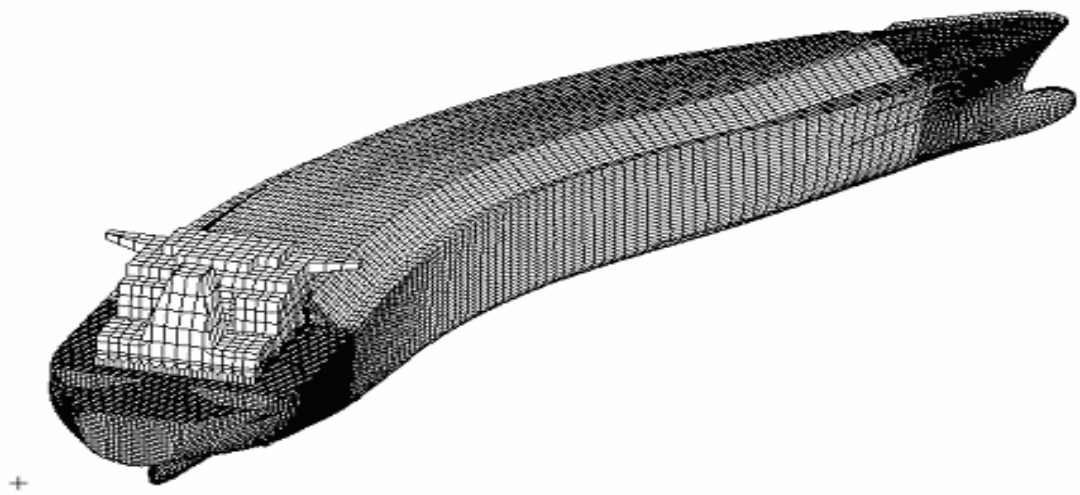


---

**ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΠΡΟΩΣΤΗΡΙΑΣ ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ ΚΑΙ ΠΡΥΜΝΑΙΟΥ  
ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΠΛΟΙΟΥ (6B)**

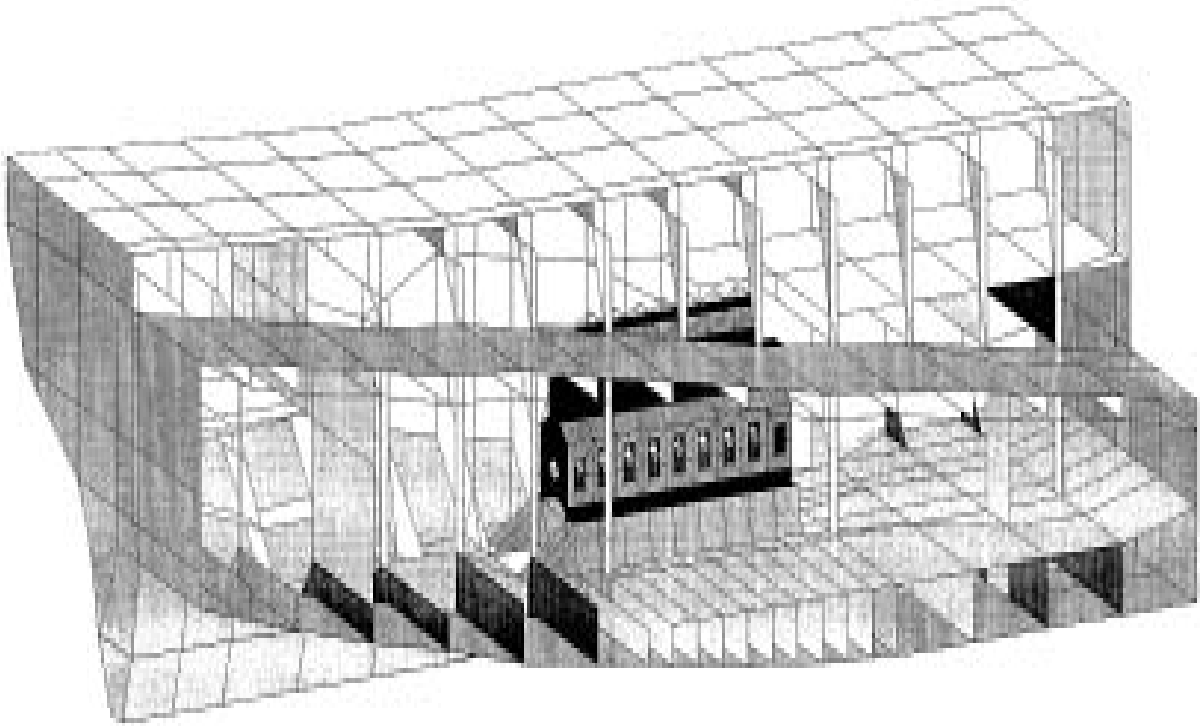


**ΙΔΙΟΜΟΡΦΕΣ ΚΑΜΠΤΙΚΗΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΩΣ ΠΛΟΙΟΥ (7B)**



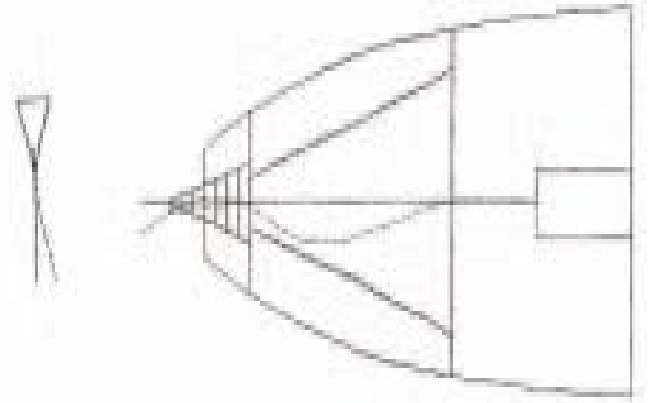
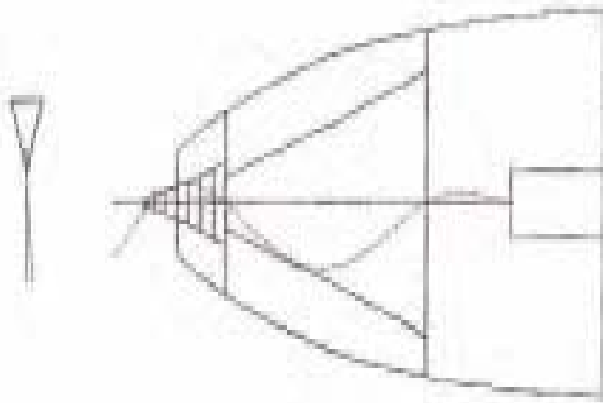
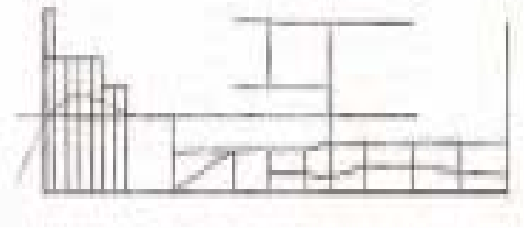
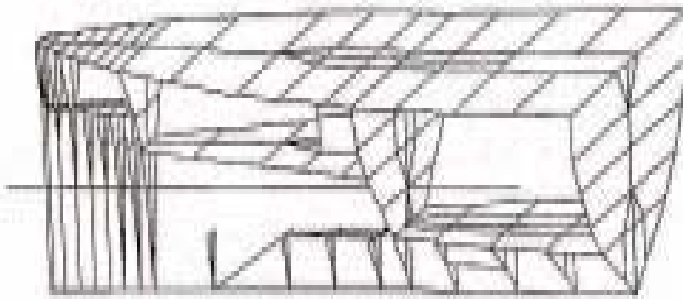
**ΙΔΙΟΜΟΡΦΕΣ ΟΡΙΖΟΝΤΙΑΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΩΣ ΠΛΟΙΟΥ (7B)**





---

**ΜΟΝΤΕΛΟ ΠΡΥΜΝΙΑΙΑΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ ΠΛΟΙΟΥ (6B)**



**ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΠΡΥΜΝΑΙΟΥ ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΠΛΟΙΟΥ ΚΑΙ ΙΔΙΟΜΟΡΦΕΣ  
ΑΞΟΝΙΚΟΥ ΠΡΟΩΣΤΗΡΙΑΣ ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ (6B)**

### 3.3) Πρόσθετες μάζες

Ένα στερεό σώμα πού κινείται με επιταχυνόμενη κίνηση μέσα σε ρευστό, υφίσταται από αυτό δυνάμεις και ροπές. Οι δυνάμεις αυτές είναι διατμητικές και οφείλονται στη συνεκτικότητα του ρευστού και κάθετες πού οφείλονται στην επιτάχυνση πού το ρευστό μεταδίδει στο στερεό σώμα και στην προκύπτουσα κυματική διαταραχή. Για την μελέτη των υδροδυναμικών επιδράσεων σε επιπέδων σώμα πού ταλαντεύεται με συχνότητα  $\omega$  θεωρούμε ότι το υγρό μέσα στο οποίο κινείται είναι ατριβές και ασυμπίεστο και η ροή αστρόβιλη. Η θεώρηση του ρευστού σαν ατριβές γίνεται για μπορέσουμε να κάνουμε την υπόθεση πώς ή συνεκτικότητα (άρα οι διατμητικές τάσεις πού το ρευστό δημιουργεί στο στερεό σώμα) δεν επηρεάζει σημαντικά το φαινόμενο (ιδιαίτερα στις υψηλότερες συχνότητες). Βάσει των παραδοχών αυτών το πεδίο ροής περιγράφεται από την εξίσωση LAPLACE

$$\nabla^2(\Phi(x, y, z; t)) = 0$$

και πρέπει να ικανοποιεί τις συνοριακές συνθήκες:

$$\frac{d(\Phi(x,y,z;t))}{dn} = U_n \quad (\text{πάνω στη γάστρα})$$

$$\Phi(x, y, z; t) - \frac{g}{\omega^2} * \frac{d(\Phi(x,y,z;t))}{dz} = 0 \quad (\text{πάνω στην ελεύθερη επιφάνεια})$$

καθώς και τις κατάλληλες οριακές συνθήκες μακριά από το ταλαντευόμενο σώμα. Όπως βλέπουμε από την δεύτερη οριακή συνθήκη, το δυναμικό ταχύτητας (άρα και οι υδροδυναμικές δυνάμεις πού υπολογίζονται από αυτό) εξαρτάται από τη συχνότητα ταλαντώσεως  $\omega$ . Όμως επειδή θέλουμε να υπολογίσουμε τις ιδιοσυχνότητες της γάστρας του πλοίου πού είναι κατά πολύ υψηλότερες από αυτές της ελεύθερης επιφάνειας ( $\omega \rightarrow \infty$ ) ή συνθήκη της ελεύθερης επιφάνειας παίρνει την μορφή:

$$\Phi(x, y, z; t) = 0 \quad (\text{πάνω στην ελεύθερη επιφάνεια}).$$

Να σημειωθεί πώς οι διεγερόμενες από κυματισμούς ταλαντώσεις, έχουν την ίδια συχνότητα με αυτή των κυμάτων και σε αυτή την περίπτωση δεν μπορούμε να αγνοήσουμε την επίδραση της συχνότητας  $\omega$ .

Για να προχωρήσουμε στον (προσεγγιστικό) υπολογισμό των υδροδυναμικών δυνάμεων που ασκούνται στη γάστρα, θεωρούμε πως η γάστρα αποτελείται από λεπτά κατακόρυφα στοιχεία (νομείς) και η ροή περιορίζεται στο επίπεδο κάθε στοιχείου (χωρίς αλληλεπιδράσεις μεταξύ τους). Έτσι, το πρόβλημα που διαμορφώνεται ανά νομέα είναι να βρεθεί το δυναμικό  $\Phi(y, z; t)$  που ικανοποιεί τις ακόλουθες συνοριακές συνθήκες:

$$\nabla^2(\Phi(y, z; t)) = 0 \text{ (εντός του πεδίου ροής)}$$

$$\frac{d(\Phi(y, z; t))}{dn} = U_n \text{ (πάνω στη γάστρα)}$$

$$\Phi(y, z; t) = 0 \text{ (στην ελεύθερη επιφάνεια)}$$

$$\frac{d(\Phi(y, z; t))}{dy}, \frac{d(\Phi(y, z; t))}{dz} \rightarrow 0 \text{ όταν : } x^2 + z^2 \rightarrow \infty$$

Η κάθετες ταχύτητες στη γάστρα είναι:

$$U_n = \begin{cases} U_3 * n_3 & \text{(για κατακόρυφη ταλάντωση)} \\ U_2 * n_2 & \text{(για οριζόντια ταλάντωση)} \\ U_4 * (y * n_3 - z * n_2) & \text{(για στρεπτική ταλάντωση)} \end{cases}$$

Όπου  $n_2, n_3$  τα συνημίτονα κατεύθυνσης του μοναδιαίου κάθετου διανύσματος στη γάστρα  $U_2, U_3$  οι συνιστώσες της γραμμικής ταχύτητας κατά τους άξονες  $y$  και  $z$  αντίστοιχα και  $U_4 = \Omega$  ή γωνιακή ταχύτητα του νομέα. Άρα η ταχύτητα του νομέα θα είναι

$$U_n = \sum_{k=2}^4 (U_k * n_k)$$

και θέτοντας

$$\Phi = \sum_{k=2}^4 (U_k * \Phi_k)$$

τότε, έχουμε:

$$\frac{d(\Phi_k(y, z))}{dk} = n_k \text{ (πάνω στη γάστρα)}$$

και παρατηρούμε πώς οι συναρτήσεις  $\Phi_k(y, z)$  δεν εξαρτώνται από τον χρόνο. Τα προβλήματα αυτής της μορφής λύνονται με διάφορους τρόπους (θεωρία αναλυτικών συναρτήσεων, πεπερασμένα στοιχεία κ.τ.λ.). Έχοντας τα δυναμικά αυτά, οι υδροδυναμικές δυνάμεις που αναπτύσσονται πάνω στη γάστρα δίνονται από την εξίσωση Bernoulli:

$$P = -\rho * \frac{d\Phi}{dt} = -\rho * \sum_{k=2}^4 (\dot{U}_k * \Phi_k)$$

Και  $F_i = \int_{S_1}^{S_2} (P * n_k) ds = -\sum_{k=2}^4 (\dot{U}_k * a_{ki})$  ( $i=1,2,3$ ) οι ζητούμενες υδροδυναμικές δυνάμεις. Οι ποσότητες  $a_{ki} = \rho * \int_{S_1}^{S_2} (\Phi_k * n_i)$  ονομάζονται πρόσθετες μάζες και η ολοκλήρωση τους εννοείται πάνω στο βρεχόμενο σύνορο, έχουν μονάδες μάζας και μια από τις βασικότερες ιδιότητες τους είναι  $a_{ki} = a_{ik}$  καθώς επίσης και  $a_{23} = a_{34} = 0$  στην περίπτωση συμμετρίας ως προς τον κατακόρυφο άξονα.

Η φυσική σημασία των προσθέτων μαζών φαίνεται στο ακόλουθο παράδειγμα. Ας υποθέσουμε πώς ένα σώμα βυθισμένο στο νερό δέχεται μια δύναμη  $F$ . Η εξίσωση κίνησης του τότε θα είναι

$$m * \ddot{z}(t) = -a_{33} * \ddot{z}(t) + F(t) \Rightarrow (m + a_{33}) * \ddot{z}(t) = F(t)$$

Δηλαδή ο όρος  $a_{33}$  λειτουργεί σαν φαινομενική αύξηση της μάζας του σώματος που οφείλεται στην αλληλεπίδραση του σώματος με το ρευστό μέσα στο οποίο κινείται.

Ο υπολογισμός των προσθέτων μαζών για ένα πλοίο είναι απαραίτητος για περεταίρω υδροδυναμικούς υπολογισμούς, π.χ. οι πρόσθετες μάζες στις χαμηλές συχνότητες χρειάζονται για την μελέτη της συμπεριφορά του πλοίου στους κυματισμούς και της ικανότητας ελιγμών σαν απαραμόρφωτο στερεό και καθώς έχουμε αναφέρει σε υψηλές συχνότητες για την μελέτη της ταλαντωτικής συμπεριφοράς του.

Πρώτος ό F.M.Lewis ("The inertia water surrounding a vibration ship" Trans. SNAME 1929) παρουσίασε αποτελέσματα για τις πρόσθετες μάζες για μια συστηματική σειρά τομών παρόμοιων με νομείς πλοίων και από τότε χρησιμοποιούνται ακόμα για τους υπολογισμούς. Οι μορφές του Lewis (όπως αλλιώς ονομάζονται) προκύπτουν από σύμμορφη απεικόνιση της μορφής:

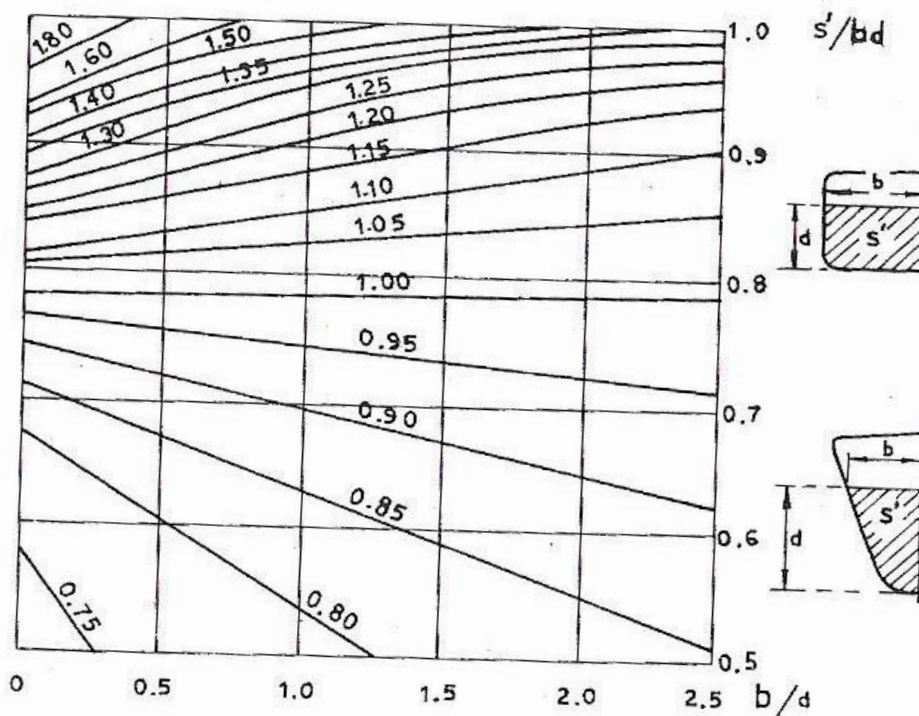
$w = c_1 + \frac{c_2}{z} + \frac{c_3}{z^3}$  όπου οι σταθερές  $c_1, c_2, c_3$  πραγματικοί αριθμοί και  $z = e^{\theta i}$  ο μοναδιαίος κύκλος. Οι σταθερές  $c_1, c_2, c_3$  είναι γνωστές συναρτήσεις του πλάτους της τομής και του λόγου του πλάτους προς το βύθισμα, έτσι προκύπτουν τιμές για την τιμή  $a_{33}$  πρόσθετης μάζας.

Τα αποτελέσματα που προκύπτουν για τις πρόσθετες μάζες δίνονται σαν συνάρτηση των συντελεστών :

$$M_{h_v} = C_v * \frac{\rho}{2} * \pi * b^2, M_{h_H} = C_H * \frac{\rho}{2} * \pi * d^2, J_{h_t} = C_T * \rho * \pi * d^4$$

Για κατακόρυφη, οριζόντια και στρεπτική ταλάντωση αντίστοιχα.

Όπου  $M_{h_v}, M_{h_H}, J_{h_t}$  οι ζητούμενες πρόσθετες μάζες και ροπές αδράνειας ανά μονάδα μήκους,  $b$  το ημιπλάτος της τομής και  $d$  το βύθισμα της τομής. Οι συντελεστές  $C_v, C_H, C_T$  παίρνονται από διαγράμματα. Αποτελέσματα για τον συντελεστή  $C_v$  όπως τροποποιήθηκαν από τον Prohaska ("Vertical vibration in ships" shrb.and mar.eng.builder 1947) φαίνονται στο σχήμα 16 συναρτήσεις των παραμέτρων  $\lambda = \frac{b}{d}, \sigma = \frac{S}{2*b*d}$ .



Σχήμα 16

### ΚΑΜΠΥΛΕΣ ΤΟΥ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ $C_v$ (2B)

Οι τιμές που προκύπτουν από τα διαγράμματα πρέπει να διορθωθούν ώστε να συμπεριλάβουν και την επίδραση της τρισδιάστατης ροής (θυμίζουμε πώς η ανωτέρω μελέτη έγινε με την υπόθεση της δισδιάστατης ροής σε κάθε σταθμό) Οι Anderson και Normand στην εργασία τους ("A method for the calculation of vertical vibration with several Nodes and some other Aspects of ship vibration" R.I.N.A 1969) προτείνουν έναν συντελεστή διορθώσεως  $J$  για την επίδραση της τρισδιάστατης ροής που για την πρόσθετη μάζα για την οριζόντια κίνηση δίνεται στο σχήμα 17 συναρτήσει του λόγου  $\frac{L_{WL}}{B}$  και του αριθμού των κόμβων της μορφής ταλαντώσεως της μεταλλικής κατασκευής. Στην ίδια εργασία επίσης προτείνεται και ένας τοπικός συντελεστής διορθώσεως  $\kappa$  για την

μεταβολή της πρόσθετης μάζας κατά μήκος του πλοίου που δίνεται στο σχήμα 18. Έτσι, μετά από τις διορθώσεις του συντελεστή  $C_v$  από τους συντελεστές  $J$  και  $\kappa$  ή πρόσθετη μάζα για την κατακόρυφη ταλάντωση δίνεται από τον τύπο

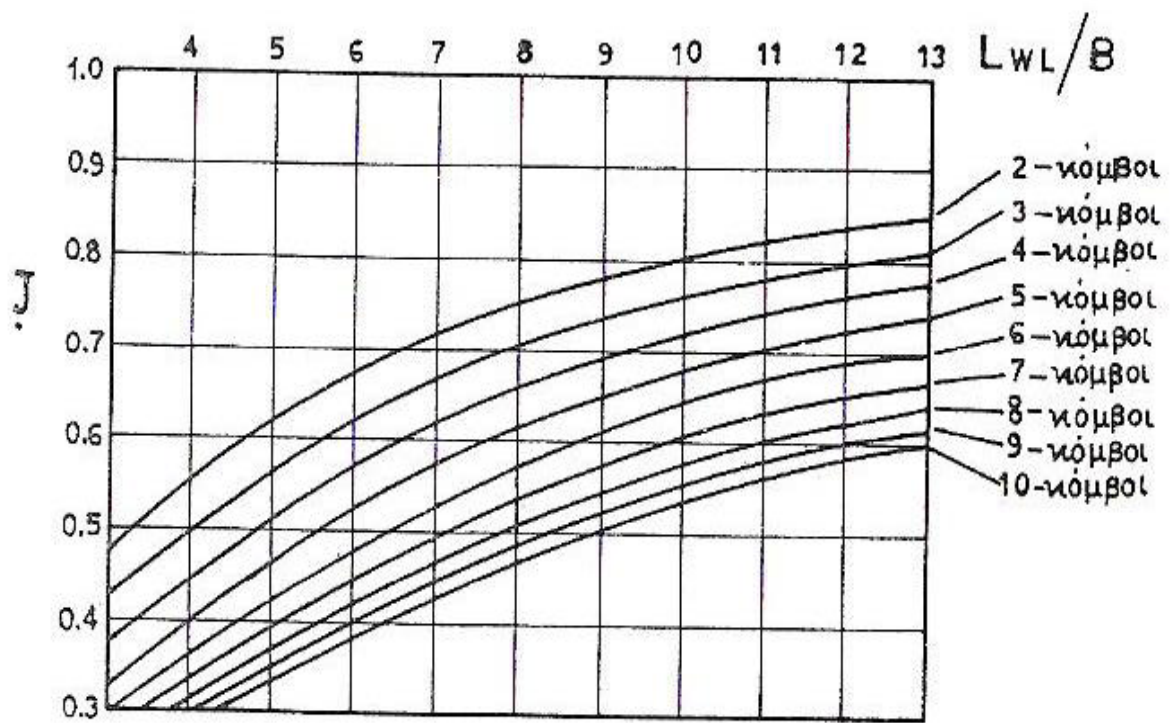
$$M'_{h_v} = \kappa * J_n * C_v * \frac{\rho}{2} * \pi * b^2$$

Αντίστοιχα διαγράμματα υπάρχουν και για τους υπόλοιπους συντελεστές στην διεθνή βιβλιογραφία με αποτέλεσμα να μπορούμε να κάνουμε εκτίμηση των πρόσθετων μαζών για τους υδροδυναμικούς υπολογισμούς. Επίσης, η επίδραση του ρηχού νερού στις πρόσθετες μάζες μπορεί να είναι σημαντική. Το ρηχό νερό τείνει να αυξήσει την πρόσθετη μάζα με αποτέλεσμα, αν μια φυσική συχνότητα του σκάφους σε βαθύ νερό είναι μόλις μεγαλύτερη από εκείνη μιας περιοδικής διέγερσης, είναι δυνατόν σε ρηχό νερό (λόγο αύξησης της πρόσθετης μάζας, άρα μείωση των φυσικών συχνοτήτων του σκάφους) να έχουμε συντονισμό ως προς κάποιον τρόπο ταλάντωσης. Ο Prohaska, μετά από πειράματα σε πρισματικά μοντέλα βρήκε την ακόλουθη σχέση για τον συντελεστή  $C_v$  σε βαθύ και ρηχό νερό

$$\frac{C_{v0}}{C_v} = 1 + 2 * (C_M - 0.2) * \left(\frac{d}{H}\right)$$

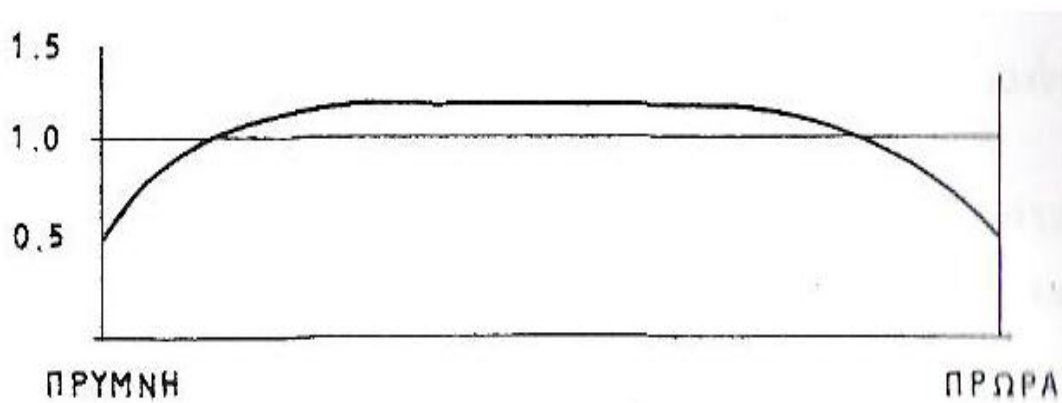
όπου  $C_M$  ο συντελεστής μέσης τομής,  $d$  το βύθισμα και  $H$  το βάθος του νερού, στο σχήμα 19 φαίνονται τα αποτελέσματα για τον συντελεστή  $C_{v0}$  συναρτήσει του λόγου  $\frac{H}{d}$ , φυσικά πρέπει να γίνουν διορθώσεις μέσω των συντελεστών  $J$  και  $\kappa$  για την συμβολή της τρισδιάστατης ροής και την διαμήκης κατανομή της πρόσθετης μάζας.





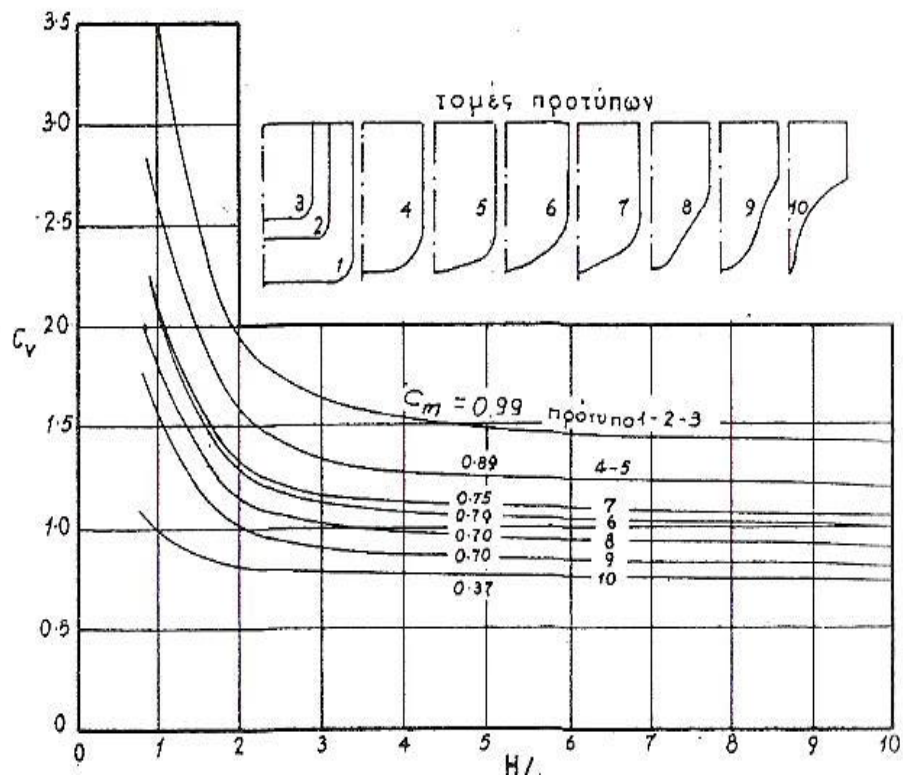
Σχήμα 17

ΚΑΜΠΥΛΕΣ ΤΟΥ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΔΙΟΡΘΩΣΗΣ ΤΡΙΣΔΙΑΣΤΑΤΗΣ ΡΟΗΣ (2B)



**Σχήμα 18**

**ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΠΡΟΣΘΕΤΗΣ ΜΑΖΑΣ ΚΑΤΑ ΜΗΚΟΣ ΤΟΥ ΠΛΟΙΟΥ  
(2B)**



Σχήμα19

### ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΔΙΟΡΘΩΣΗΣ ΠΡΟΣΘΕΤΗΣ ΜΑΖΑΣ ΣΤΟ ΡΗΧΟ ΝΕΡΟ (2B)

Η παραπάνω περιγραφείσα μέθοδος υπολογισμού των πρόσθετων μαζών δίνει καλά αποτελέσματα και χρησιμοποιούνται μέχρι και σήμερα για τεχνικούς σκοπούς. Περισσότερη ακρίβεια, ιδιαίτερα για τις υψηλές συχνότητες μπορεί να επιτευχθεί με χρήση ποιο εκλεπτυσμένων αριθμητικών μεθόδων, σε συνδυασμό με λεπτομερή περιγραφή της επιφάνειας της γάστρας.

### 3.4) Φυσικές συχνότητες της γάστρας και των υπερκατασκευών

Όπως θα έχει γίνει κατανοητό από τα προηγούμενα, η μαθηματική δυσκολία επίλυσης των εξισώσεων κίνησης αφενός και η δυσκολία προσδιορισμού της διαμήκου κατανομής της μάζας, της ακαμψίας και της απόσβεσης της μεταλλικής κατασκευής του πλοίου, δεν μας επιτρέπει τον ακριβή προσδιορισμό των φυσικών ιδιοσυχνοτήτων ταλαντώσεως. Παρόλα αυτά έχουν προκύψει από πειράματα από διάφορους ερευνητές εμπειρικοί τύποι που χρησιμοποιούνται ακόμα και σήμερα για τον προκαταρκτικό προσδιορισμό τόσο της θεμελιώδους ιδιοσυχνότητας (για μερικούς βαθμούς ελευθερίας της μεταλλικής κατασκευής) όσο και μερικών υψηλότερων ιδιοσυχνοτήτων.

Μια παλιά, αλλά επιτυχημένη σχέση για τον προσδιορισμό της θεμελιώδους ιδιοσυχνότητας κατακόρυφης ταλαντώσεως οφείλεται στον Schlick και ορίζεται από τον τύπο

$$N = \Phi * \sqrt{\frac{I_x}{\Delta * L^3}} \text{ (R.P.M.)}$$

Όπου  $I_x$  η ροπή αδρανείας της μέσης τομής του πλοίου ως προς τον ουδέτερο άξονα (σε  $in^2 * ft^2$ ),  $\Delta$  το εκτόπισμα του σε τόνους,  $L$  το ολικό μήκος του πλοίου σε ft. και  $\Phi$  εμπειρικός συντελεστής που επιλέγεται, ανάλογα το είδος του πλοίου:

$$\Phi = 1.568 * 10^5 \text{ (για πολύ λεπτά πλοία-αντιτορπικά)}$$

$$\Phi = 1.435 * 10^5 \text{ (για λεπτά πλοία-κρουαζιερόπλοια)}$$

$$\Phi = 1.3 * 10^5 \text{ (για μεγάλα δεξαμενόπλοια στο πλήρες φορτίο).}$$

Προσέχουμε στην σχέση, πώς υπεισέρχονται οι παράμετροι της δυσκαμψίας σε κάμψη, αλλά δεν υπεισέρχονται οι παράμετροι της διάτμησης σε κάμψη (που γίνεται σημαντική σε λεπτότοιχες-κοίλες διατομές δοκών σε κάμψη όπως θεωρείται το πλοίο για την μελέτη της διαμήκου αντοχής του). Μια παρόμοια σχέση που δόθηκε από τον Todd είναι η ακόλουθη :

$$N = \beta * \sqrt{\frac{B * D^3}{\Delta * L^3 * \left(1.2 + \frac{B}{3 * T}\right)}} \text{ (R.P.M.)}$$

Όπου L το μήκος μεταξύ καθέτων του ποίου σε ft, D το κοίλο στη μέση τομή του πλοίου σε ft, T το βύθισμα του πλοίου στη μέση τομή σε ft και β εμπειρικός συντελεστής που επιλέγεται :

$\beta=61000$  (για δεξαμενόπλοια στο πλήρες φορτίο)

$\beta=51000$  (για φορτηγά πλοία στο 60% του πλήρους φορτίου).

Η σχέση αυτή, είναι λιγότερο ακριβής στα προκύπτοντα αποτελέσματα, λόγω της απουσίας της ροπής αδράνειας ( $I_x$ ) από τους συντελεστές που ζητούνται για αντικατάσταση, έχει όμως το πλεονέκτημα ότι οι ζητούμενες ποσότητες είναι όλες κύρια χαρακτηριστικά του πλοίου.

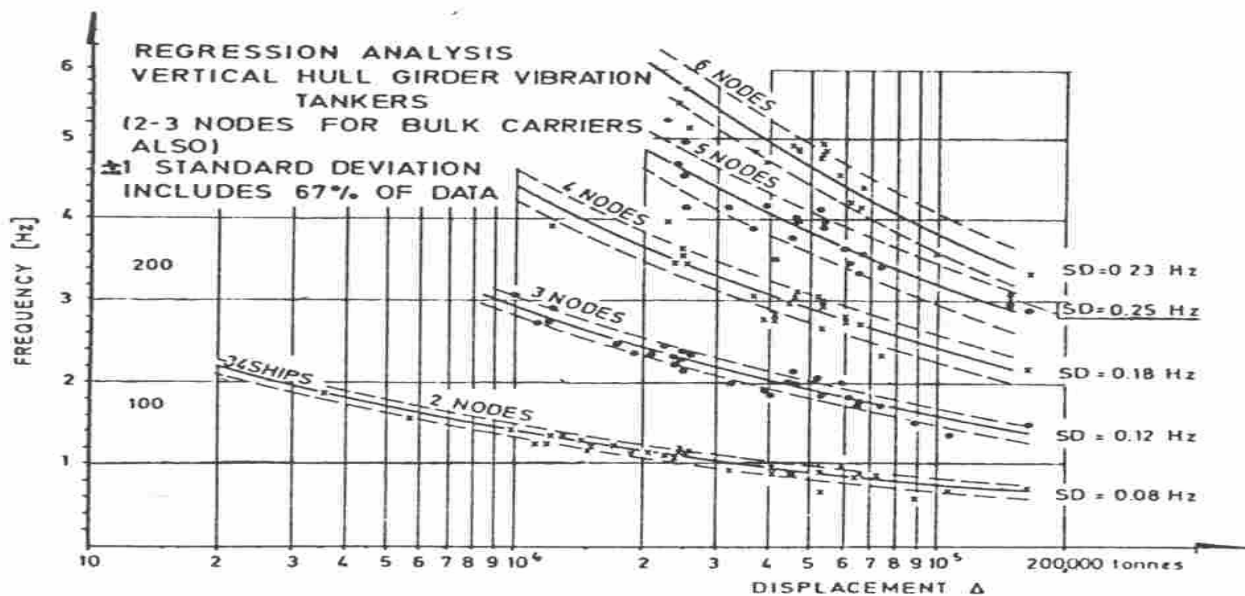
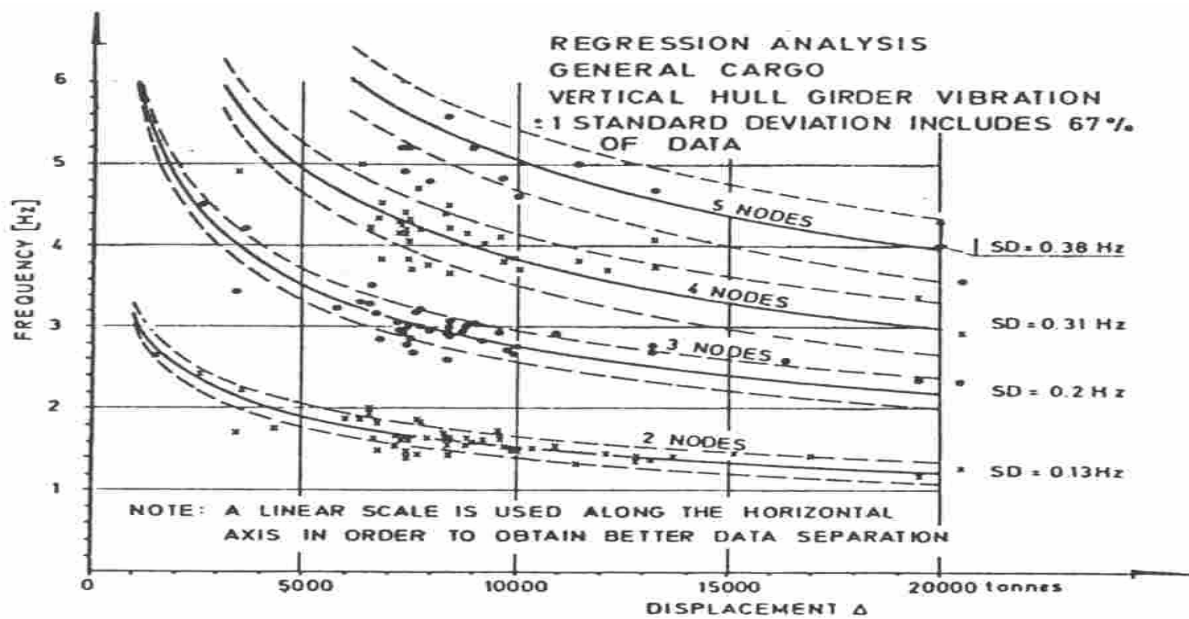
Η πιο ακριβής εμπειρική σχέση που υπάρχει στην βιβλιογραφία οφείλεται στον Burril και περιλαμβάνει την επίδραση της διάτμησης :

$$N = F * \sqrt{\frac{I_x}{\Delta * L^3 * \left(1 + \frac{B}{2 * T}\right) * (1+r)}} \text{ (R.P.M.) Όπου:}$$

$$r = \frac{3.5 * D^2 * (3 * a^3 + 9 * a^2 + 6 * a + 1.2)}{L^2 * (3 * a + 1)} \text{ (συντελεστής διόρθωσης διατμήσεως)}$$

$a = \frac{B}{D}$  και F, συντελεστής που επιλέγεται 200000 (με απόκλιση 5% περίπου ανάλογα τον τύπο του πλοίου).

Με τους παραπάνω τύπους, μπορούμε να προσεγγίσουμε την θεμελιώδη ιδιοσυχνότητα κατακόρυφης καμπτικής ταλαντώσεως αλλά όχι και τις ανώτερες. Σε εργασία τους οι Johannesssen και Skaar που προέκυψε από μετρήσεις σε καινούρια πλοία (χρονολογίας 1978-1980), προκύπτουν (προσεγγιστικά) οι θεμελιώδεις ιδιοσυχνότητες για τέσσερις ιδιομορφές κατακόρυφων ταλαντώσεων για πλοία γενικού φορτίου(2η-5η) και πέντε για δεξαμενόπλοια(2η-6η). Τα αποτελέσματα της εργασίας τους φαίνονται στο σχήμα 20. Ανάλογες εργασίες υπάρχουν στην διεθνή βιβλιογραφία με αποτέλεσμα ο επαγγελματίας ναυπηγός να είναι σε θέση να λάβει πληροφορίες για τις θεμελιώδεις ιδιοσυχνότητες κατά τη διάρκεια της προκαταρκτικής μελέτης ενός καινούριου πλοίου.



Σχήμα 20

ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΗΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΩΣ ΓΙΑ ΤΑΝΚΕΡ ΚΑΙ ΓΕΝΙΚΟΥ ΦΟΡΤΙΟΥ ΠΛΟΙΑ (7B)

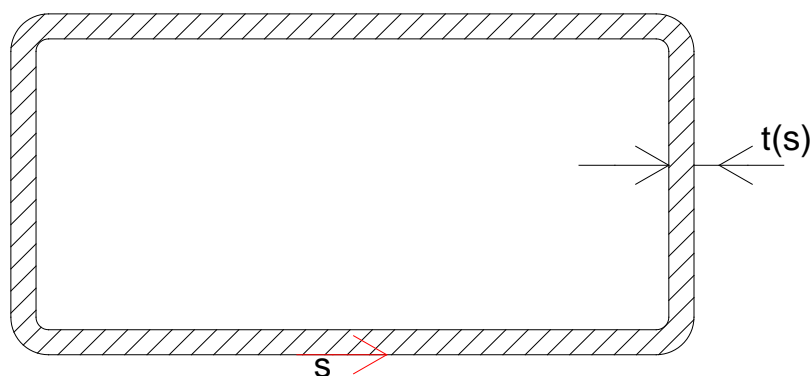
Για τις ιδιοσυχνότητες σε στρεπτικές ταλαντώσεις, οι πειραματικές εργασίες είναι ακόμα πολύ λίγες και δεν υπάρχουν οριστικά συμπεράσματα (πάντα συγκριτικά με τις κατακόρυφες). Μια σχετικά αξιόπιστη σχέση που οφείλεται στον Horn και αφορά την θεμελιώδη στρεπτική ιδιοσυχνότητα είναι η ακόλουθη :

$$N = 60 * k * \sqrt{\frac{g * k_3}{\Delta * (B^2 + D^2) * L}} \text{ (R.P.M.)}$$

Όπου B πλάτος του πλοίου, D το κοίλο του, L μήκος μεταξύ καθέτων, k εμπειρικός συντελεστής και  $k_3$  η δυστρεψία του πλοίου που ορίζεται από την εξίσωση :

$$k_3 = \frac{4 * G * A}{\int \frac{ds}{t(s)}}$$

Όπου G το μέτρο διάτμησης του υλικού κατασκευής, s περιφερειακή συντεταγμένη, t το πάχος του ελάσματος περιβλήματος και A η επιφάνεια εντός του βρόγχου s. Η τελευταία σχέση οφείλεται στον Bredt και χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό της δυστρεψία δοκών διατομής παρόμοιας με αυτή των πλοίων, τα οριζόμενα μεγέθη φαίνονται στο σχήμα 21.



Σχήμα 21

Για τις φυσικές συχνότητες των υπερκατασκευών υπάρχουν αντίστοιχες εργασίες στην βιβλιογραφία. Η πιο διαδεδομένη είναι η εργασία των Hirowatari και Matsumoto (1969) που προτείνουν μια μεθοδολογία για τον υπολογισμό των φυσικών συχνοτήτων για τους βαθμούς ελευθερίας που φαίνονται στο σχήμα 23, για συγκεκριμένους τύπους υπερκατασκευών που φαίνονται στο σχήμα 22. Η μεθοδολογία που ακολουθείται είναι η εξής :

α) Επιλέγετε τύπος υπερκατασκευής από το σχήμα 22

β) Ορίζεται το ύψος h

γ) Υπολογίζεται το  $f_{\infty}$  από το σχήμα 24

δ) Υπολογίζεται το  $\frac{f_e}{f_{\infty}}$  (διορθωτικός συντελεστής) από τον παρακάτω πίνακα:

ΤΥΠΟΣ ΥΠΕΡΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ	$\frac{f_e}{f_{\infty}}$
A,C	0.625
B	0.602
D	0.751

ε) Υπολογίζεται η πρώτη φυσική συχνότητα για την κατακόρυφη ταλάντωση της υπερκατασκευής από τον τύπο :

$$f_e = f_{\infty} * (f_e/f_{\infty}) \text{ (R.P.M.)}$$

Και ύστερα υπολογίζεται η πρώτη φυσική συχνότητα για την ταλάντωση λικνισμού της υπερκατασκευής από τον τύπο :

$$f_R = \sqrt{\frac{1}{1/f_e^2 - 1/f_{\infty}^2}} \text{ (R.P.M.)}$$

$$\text{Όπου } f_R = \frac{60}{2*\pi} * \sqrt{\frac{K_f}{J}}$$

και  $K_f$  η στρεπτική ακαμψία της υπερκατασκευής και J η ροπή αδραειάς της ως προς τον άξονα περιστροφής της όπως φαίνεται στο σχήμα 23.



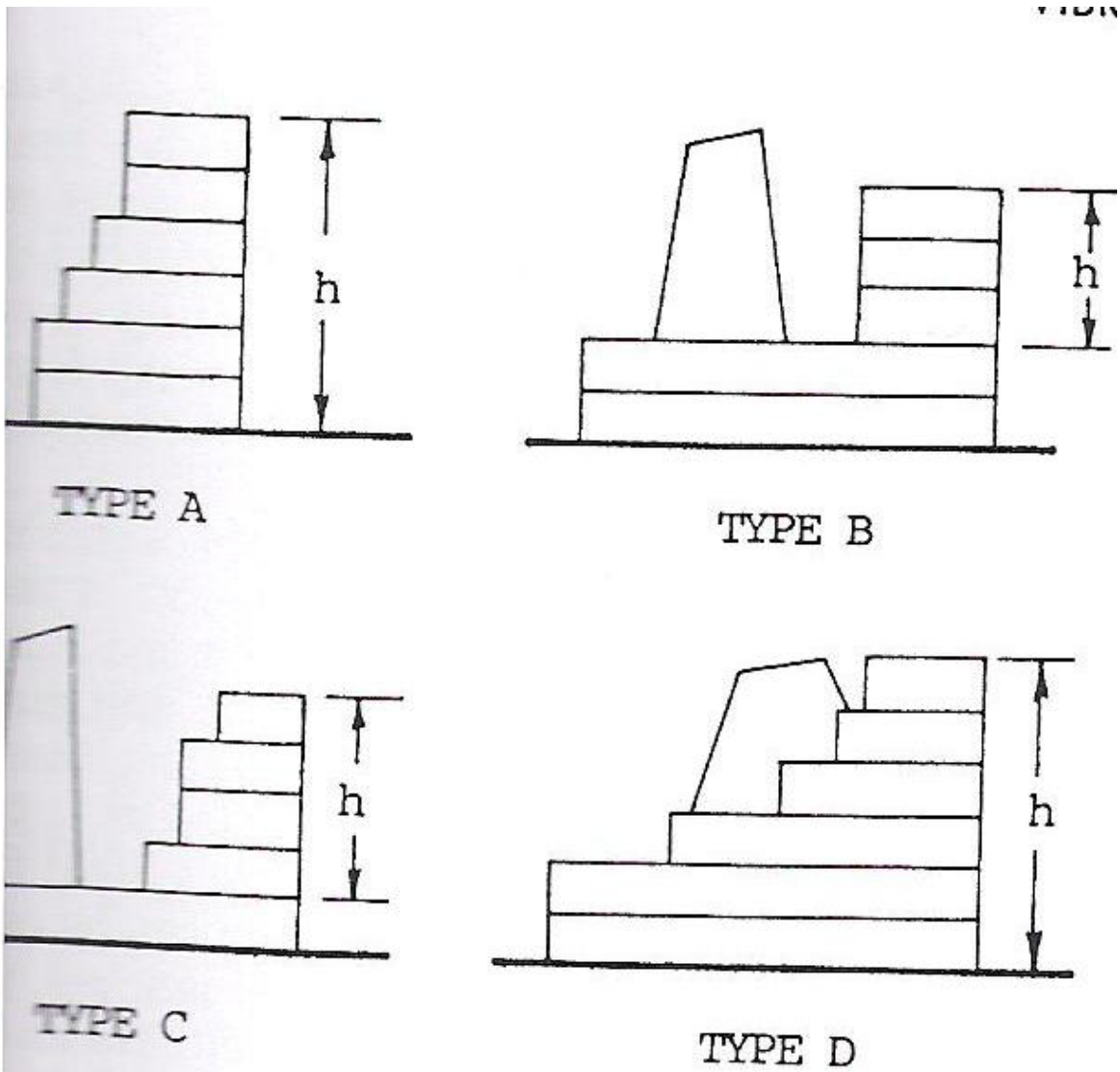


Fig. 20 Deckhouse types

Σχήμα 22

ΤΥΠΟΙ ΥΠΕΡΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ ΓΙΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟ ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ ΚΑΤΑ  
 ΗΙROWATARI ΚΑΙ KATSUMOTO (1B)

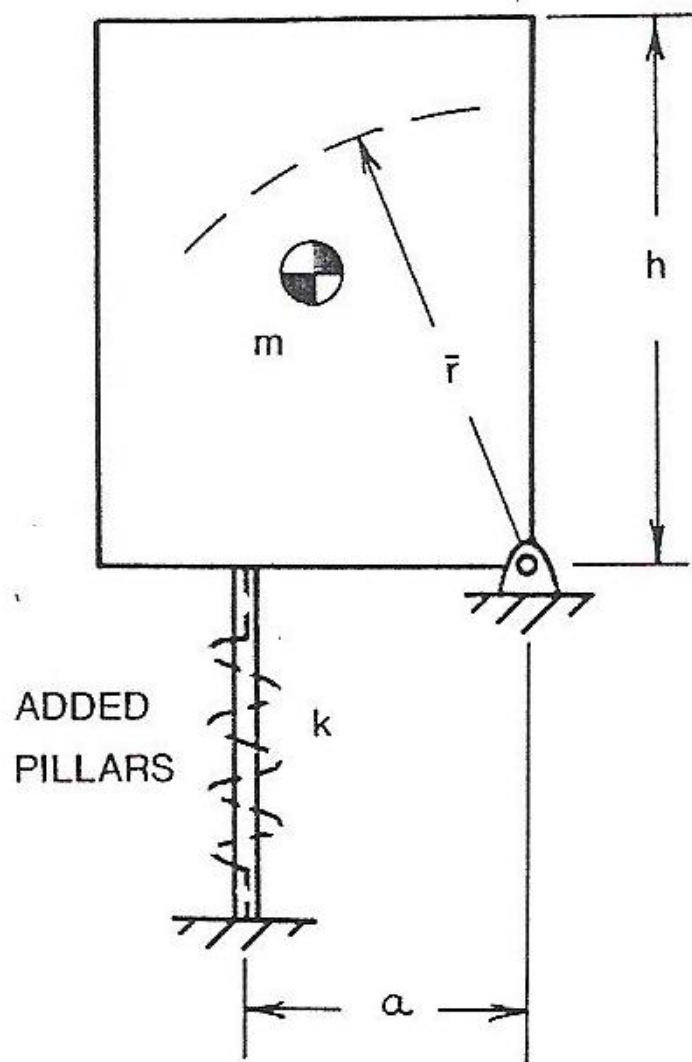
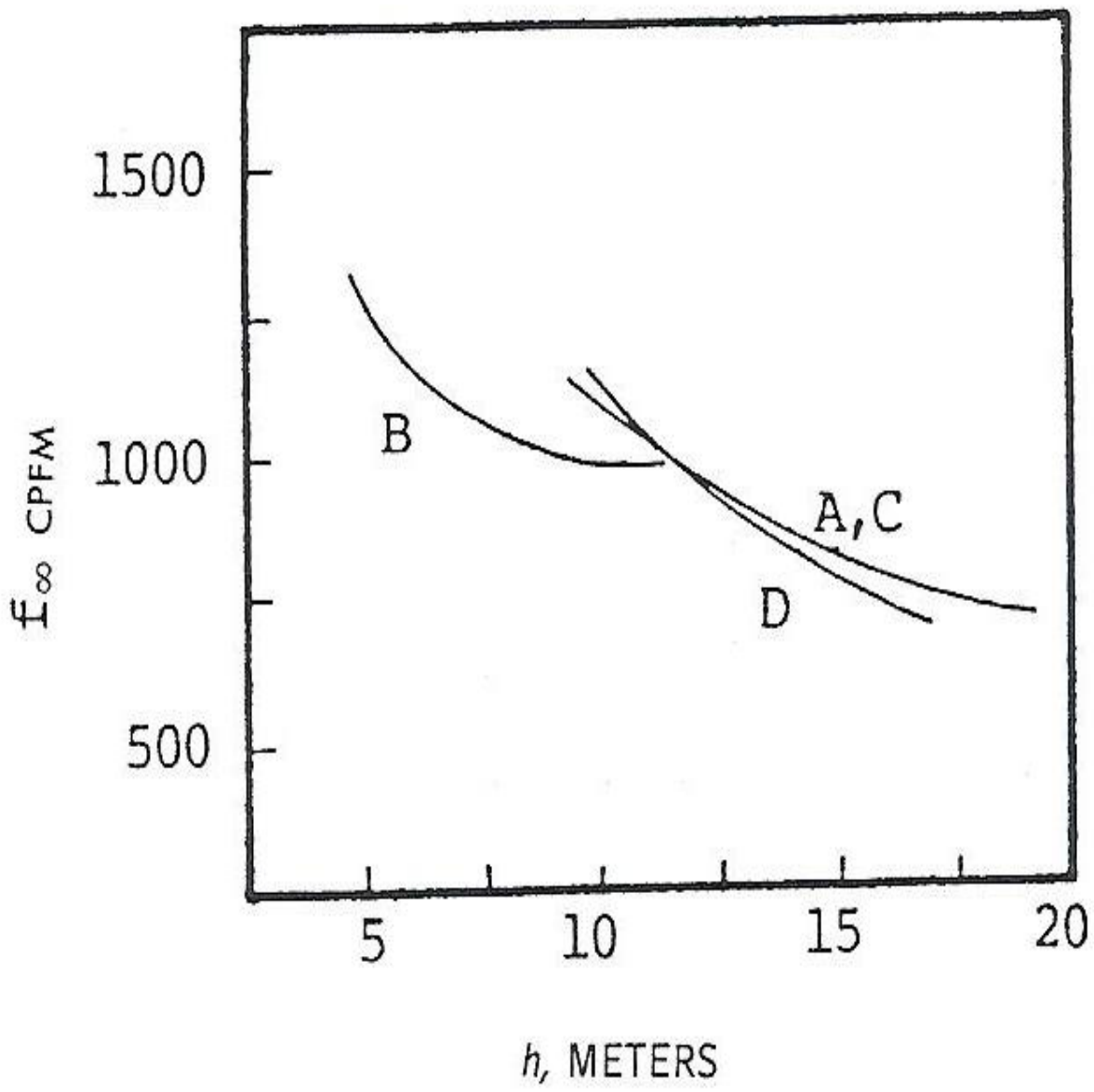


Fig. 22 Deckhouse stiffening

Σχήμα 23

ΒΑΘΜΟΙ ΕΛΕΥΘΕΡΙΑΣ ΥΠΕΡΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ ΚΑΤΑ ΗΙΡΩΒΑΤΑΡΙ ΚΑΙ ΚΑΤΣΟΥΜΟΤΟ

(1B)



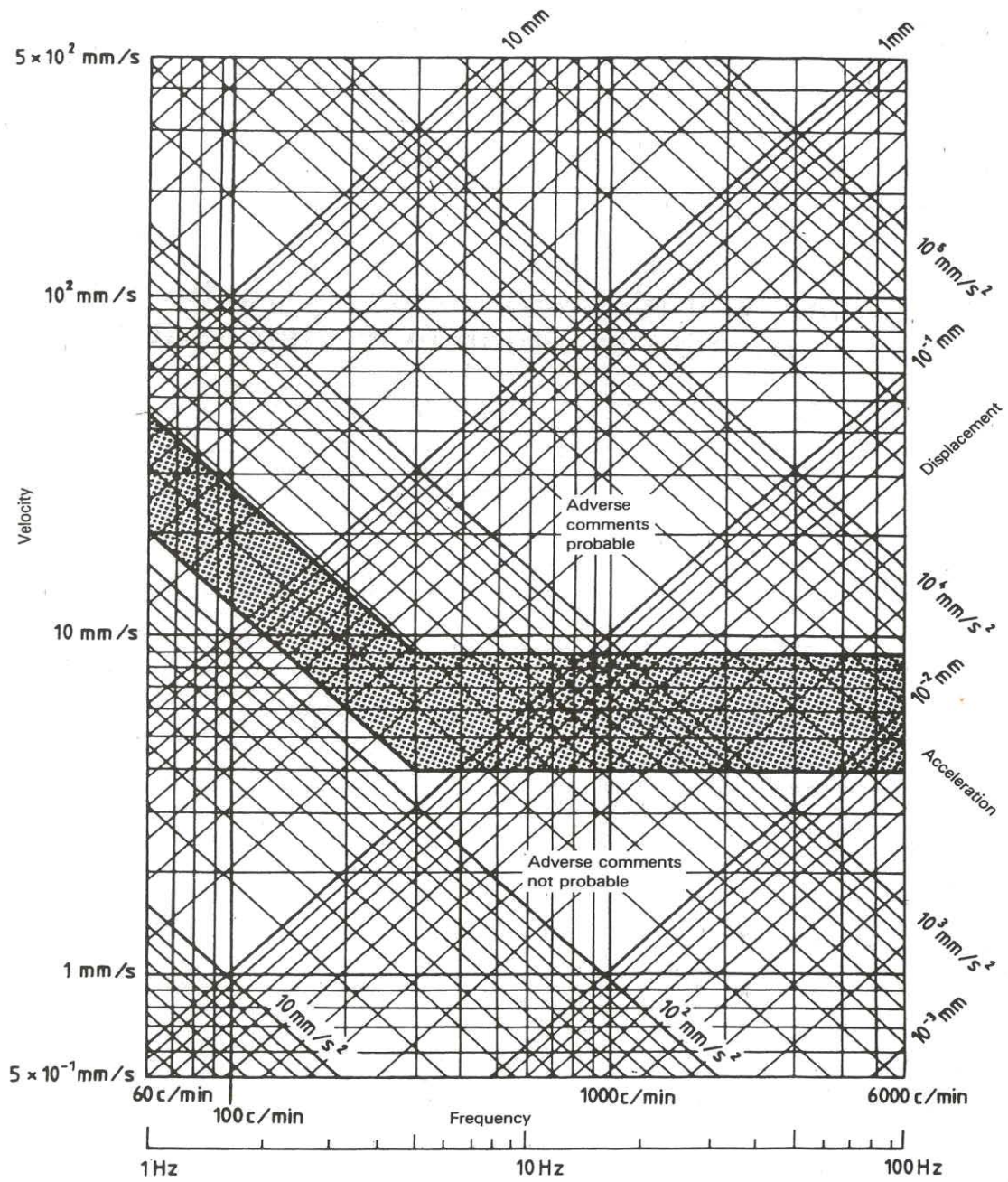
Σχήμα 24

ΚΑΜΠΥΛΕΣ ΤΟΥ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ  $f_{\infty}$  (1B)

### **3.5) Παραδεκτά όρια ταλαντώσεων**

Κατά τη σχεδίαση γενικά όλων των ελαστικών κατασκευών πού διεγείρονται από δυναμικές, περιοδικές δυνάμεις πρέπει να δίνεται η δέουσα προσοχή για τη μείωση των δυνάμεων αυτών στα χαμηλότερα δυνατά όρια καθώς και εκλογή βοηθητικών μηχανημάτων και τοποθέτηση τους με τέτοιο τρόπο ώστε η συχνότητες πού διεγείρουν την κύρια κατασκευή να είναι μακριά από την φυσική συχνότητα της (αποφυγή συντονισμού).

Όσο καλή και αν είναι η ζυγοστάθμιση των μηχανών-αξόνων-ελίκων, παραμένει το γεγονός πώς η έλικά, επειδή λειτουργεί εντός του ανομοιόμορφου ομόρρου του πλοίου διεγείρει στο σκάφος και στο αξονικό ταλαντώσεις στη συχνότητα των πτερυγίων πού μπορεί να προκαλέσουν συντονισμό. Υπάρχει επόμενος ανάγκη για υπολογισμό της απόκρισης για διάφορες δυνάμεις διέγερσης, προκειμένου να εκτιμηθεί αν η διεγείρουσα δύναμη προκαλεί συντονισμό. Προφανώς, για αυτή την διαδικασία απαιτούνται όρια παραδεκτών ορίων ταλαντώσεως πού περιλαμβάνει εύρη, επιταχύνσεις και συχνότητες. Στο εμπορικό ναυτικό η αντίδραση των ανθρώπων στις ταλαντώσεις είναι ο σπουδαιότερος λόγος πού λαμβάνεται υπόψη για τον καθορισμό παραδεκτών ορίων ταλαντώσεων. Οι τάσεις που προκαλούνται στο σκάφος (χωρίς να είναι αμελητέες) είναι μικρές, ακόμα και όταν τα εύρη και οι επιταχύνσεις των ταλαντώσεων, με κριτήρια την άνεση και την αποδοτική εργασία εντός του περιβάλλοντος του είναι ενοχλητικά. Η λειτουργία των οργάνων των πλοίων όταν υπόκεινται σε κραδασμούς είναι ακόμα ένα θέμα πού συγκεντρώνει την προσοχή των μελετητών, συγχρόνως με την διαρκή αύξηση του αριθμού των οργάνων ναυσιπλοΐας πού εφοδιάζεται ένα σύγχρονο πλοίο. Σε τεχνική έκθεση του I.S.O.(International Standard Organization-1984), προτείνονται προκαταρκτικές κατευθύνσεις για την εκτίμηση των ορίων ταλαντώσεων εμπορικών πλοίων. Τα όρια πού προτείνονται στην εργασία αυτή βασίζονται σε στοιχεία που συγκεντρώθηκαν από ομάδα εργασίας ταλαντώσεων πλοίου και δίνεται η πρέπουσα προσοχή στην ικανότητα του ανθρώπου να μπορεί να εργάζεται αποδοτικά στο περιβάλλον του πλοίου. Τα αποτελέσματα της εργασίας αυτής φαίνονται στο σχήμα 25 και γραμμοσκιάζεται η περιοχή των μέσων τιμών των ευρών, των ταχυτήτων και των επιταχύνσεων των ταλαντώσεων που μετρήθηκαν.



Σχήμα 25

ΟΡΙΑ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΩΝ ΣΤΑ ΠΛΟΙΑ ΚΑΤΑ Ι.Σ.Ο. (7B)

### **3.6) Πρόληψη και θεραπεία ταλαντώσεων**

Είναι γεγονός πώς η έντονη παρουσία ταλαντώσεων σε ένα πλοίο μπορεί να καταστρέψει την φήμη του, ειδικά αν η συχνότητα αυτών είναι υψηλή. Ένα πλοίο είναι ο τόπος πού κατοικεί το πλήρωμα του επί μήνες και οι επιβάτες ενός επιβατικού επί εβδομάδες και η επίδραση των ταλαντώσεων στην άνεση και την δυνατότητα εργασίας του πληρώματος είναι καθοριστική για την φήμη του πλοίου αυτού. Αν τα εύρη των ταλαντώσεων είναι μεγάλα, μπορεί να έχουμε και δυσμενής συνέπειες και στην μεταλλική κατασκευή του σκάφους καθώς και στο φορτίο πού αυτό μεταφέρει. Έχουν παρατηρηθεί ρωγμές σε τμήματα του σκάφους αρκετών πλοίων πού οφείλονται σε ταλαντώσεις μικρής συχνότητας αλλά μεγάλου εύρους (πλάτους). Γενικά οι τάσεις πού αναπτύσσονται λόγω υψίσυχνων ταλαντώσεων είναι μικρές αλλά προκαλούν ενόχληση στους επιβάτες και στο πλήρωμα του πλοίου. Επίσης η υψίσυχνες ταλαντώσεις επιδρούν και στη λειτουργία των οργάνων κάτι πού παίζει καθοριστικό παράγοντα αν λάβουμε υπόψη μας ότι όλα τα πλοία πλέον είναι εφοδιασμένα με όργανα ακριβείας για την πλοήγηση τους, ευαίσθητα στην παρουσία ταλαντώσεων. Μεγαλύτερη σημασία δίνεται σε αυτόν τον τομέα στα πολεμικά πλοία, όπου η απουσία ταλαντώσεων και θορύβου είναι ουσιώδης για την σωστή λειτουργία των οργάνων ελέγχου των όπλων, τηλεπικοινωνιών και εντοπισμού.

Ο μελετητής ναυπηγός πρέπει επομένως κατά την σχεδίαση ενός καινούριου πλοίου να έχει στο νου του την αποφυγή της δημιουργίας ταλαντώσεων, δεδομένου πώς μόνο σε αυτό το στάδιο μπορούν να ληφθούν τα απαραίτητα μέτρα για την αποφυγή κρίσιμων συχνοτήτων και τον καθορισμό των αναγκαίων ανοχών ούτως ώστε οι διεγείρουσες δυνάμεις (τουλάχιστον οι σημαντικότερες εξ αυτών δεδομένου πώς σαν κατασκευή το πλοίο λειτουργεί σε ένα γενικά δύσκολο στην πρόβλεψη των επαγόμενων στο σκάφος δυναμικών φορτίσεων περιβάλλον) να είναι μικρές και να μην προκαλούν προβλήματα στο τελειωμένο πλοίο. Το κόστος των μέτρων αυτών είναι συγκριτικά μικρό εν σχέση με το κόστος θεραπείας και ξεπληρώνεται από την απουσία προβλημάτων κατά την λειτουργία του πλοίου. Όσον αφορά τις ανοχές των ταλαντώσεων είναι γνωστό πώς οι ταλαντώσεις χαμηλότερων συχνοτήτων δεν είναι πολύ δυσάρεστες γιατί οι επιταχύνσεις είναι χαμηλές.

Οι υψηλότερες συχνότητες είναι γενικότερα ενοχλητικές, ακόμη και αν έχουν μικρό εύρος, λόγω του θορύβου που προκαλούν και της επίδρασης τους στα όργανα και στην άνεση των επιβαινόντων. Η αποτελεσματικότερη ενέργεια σε αυτόν τον τομέα είναι σίγουρα η προσπάθεια διατήρησης των διεγερουσών δυνάμεων στο ελάχιστο δυνατό επίπεδο και αυτό θα φέρει αποτελέσματα καλύτερα από οποιαδήποτε άλλη ενέργεια. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί με την χρησιμοποίηση ελαστικών υποβάθρων, αποσβεστήρων και μείωση των αζυγοστάθμητων δυνάμεων, όπου αυτό μπορεί να είναι δυνατό. Από την άποψη σχεδιάσεως της ίδιας της γάστρας του πλοίου. Στην πραγματικότητα ο σχεδιαστής δεν έχει καθόλου ευρύ πεδίο δράσεως για την αλλαγή των φυσικών συχνοτήτων σε μια νέα σχεδίαση. Οι τρεις κύριες παράμετροι που επηρεάζουν τις φυσικές συχνότητες του σκάφους είναι αυτές που εμφανίζονται στις εμπειρικές σχέσεις, δηλαδή τα  $V, L, I$ . Τα  $V, L$  επιλέγονται βάσει άλλων παραγόντων που έχουν μεγαλύτερη σημασία και το  $I$  είναι καθορισμένο μέσα σε στενά όρια από τον νηογνώμονα που επιβλέπει την κατασκευή του πλοίου και οποιαδήποτε αλλαγή σε αυτό για την αλλαγή της φυσικής συχνότητας του σκάφους θα μπορούσε να φέρει μεγάλες αλλαγές στο βάρος της μεταλλικής κατασκευής του. Αυτό θα ήταν μια πολύ δαπανηρή διαδικασία γιατί μια αλλαγή προς τα πάνω της φυσικής συχνότητας κατά 5% θα απαιτούσε η τιμή του  $I$  να αυξηθεί κατά 10% με πρόσθεση παραπάνω υλικού. Επίσης δεν θα έπρεπε να αποφεύγει κανείς τον συντονισμό με αυτόν τον τρόπο καθώς ως γνωστόν με αύξηση του βάρους της μεταλλικής κατασκευής θα είχαμε αύξηση του βάρους του άφορτου πλοίου με αντίστοιχο κόστος στο ωφέλιμο φορτίο. Εξάλλου κατά την λειτουργία του πλοίου στη θάλασσα θα υπάρξουν περιπτώσεις που θα απαιτηθεί αλλαγή των στροφών της μηχανής, επομένως η συχνότητα διέγερσης να φτάσει στα επίπεδα της φυσικής συχνότητας ταλαντώσεως της γάστρας. Η διαμήκης κατανομή βάρους του άφορτου πλοίου μπορεί να επηρεάσει την τιμή της φυσικής συχνότητας του πλοίου και εδώ είναι μια περιοχή που ο μελετητής μπορεί να πετύχει σημαντικά αποτελέσματα αν του δοθεί περιθώριο για αλλαγές στη γενική διάταξη του πλοίου. Σε μικρότερο βαθμό μπορεί να αλλάξει την φυσική συχνότητα ταλαντώσεως αλλάζοντας την κατανομή του φορτίου. Γενικά η μετακίνηση του φορτίου σε έναν κόμβο θα αυξήσει τη φυσική συχνότητα και αντίθετα.

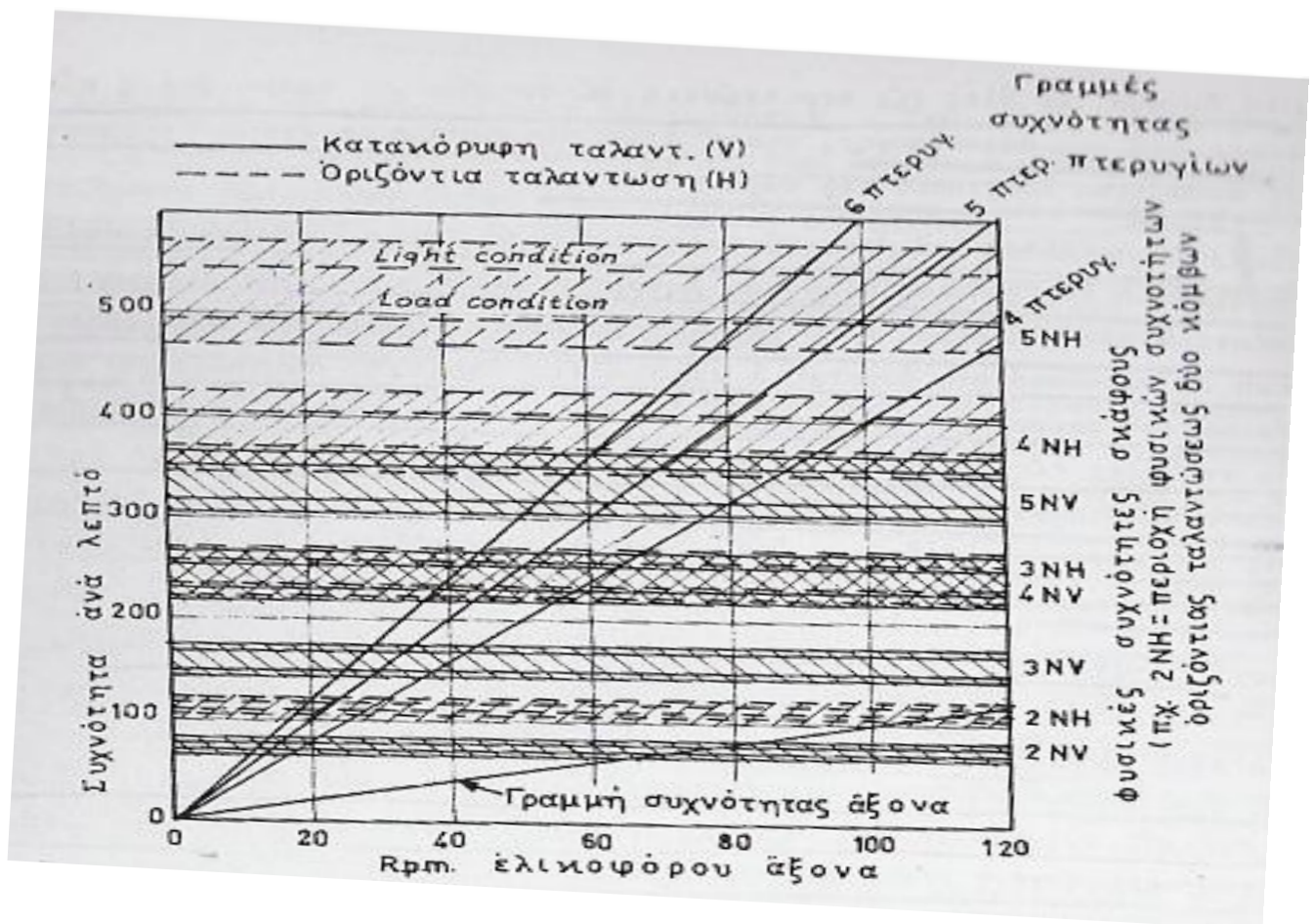
### **3.7) Αποφυγή των ταλαντώσεων συντονισμού**

Όπως είπαμε και πιο πάνω, το μέγεθος όλων των περιοδικών δυνάμεων που επενεργούν σε ένα πλοίο πρέπει να διατηρείται στο ελάχιστο δυνατό. Δυστυχώς, είναι αδύνατο όσο καλή και αν είναι η μελέτη να εξαφανιστούν όλες τις δυνάμει διέγερσης. Έτσι μέλημα του ναυπηγού που κάνει μια νέα σχεδίαση είναι εκτός της μείωσης των διεγερουσών δυνάμεων στο ελάχιστο δυνατό και ο προσδιορισμός των κρίσιμων συχνοτήτων για να μπορεί από τη φάση της σχεδίασης να αποφύγει τις ταλαντώσεις συντονισμού. Για να γίνει αυτό το πρώτο πράγμα που πρέπει να γίνει είναι να προσδιοριστούν οι φυσικές συχνότητες του σκάφους. Αν υπάρχουν τα απαραίτητα στοιχεία, τότε αυτή η δουλειά γίνεται όπως είδαμε με διακριτοποίηση της μεταλλικής κατασκευής σε πεπερασμένα στοιχεία με την χρήση Η/Υ που αν εφαρμοστεί σωστά, θα δώσει πολύ ακριβή αποτελέσματα. Εκλείψει άλλων στοιχείων μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι ιμιμπειρικές μέθοδοι που παρουσιάστηκαν.

Το επόμενο βήμα είναι η ανάλυση των συχνοτήτων της διέγερσης στις αρμονικές συνιστώσες της (τόσες όσες χρειάζονται αφού θεωρητικά είναι άπειρες) και την κατασκευή του διαγράμματος συντονισμού. Ένα τέτοιο διάγραμμα για διέγερση από έλικες με διαφορετικό αριθμό πτερυγίων φαίνεται στο σχήμα 26. Στον κατακόρυφο άξονα είναι οι φυσικές συχνότητες της γάστρας για κατακόρυφη και οριζόντια ταλάντωση σε δύο καταστάσεις (Light and Load condition) και στον οριζόντιο είναι οι στροφές λειτουργίας της μηχανής. Οι ευθείες αντιπροσωπεύουν την συχνότητα πτερυγίου της κάθε έλικας και την συχνότητα του στροφαλοφόρου άξονα της μηχανής. Από ένα τέτοιο διάγραμμα φαίνεται πόσο δύσκολη δουλειά είναι η αποφυγή του συντονισμού από το γεγονός πως για κάθε συνδυασμό αριθμού πτερυγίων και στροφών, πάντα σε κάποιες στροφές θα προκύψει συντονισμός. Άρα, δουλειά του ναυπηγού δεν είναι να εξαλείψει τον συντονισμό σε όλη την περιοχή στροφών λειτουργίας, αφού είναι πρακτικά αδύνατον, αλλά να κάνει τέτοιο συνδυασμό στροφών και αριθμού πτερυγίων της έλικας ώστε αυτός να μην παρουσιάζεται στο φάσμα στροφών λειτουργίας. Αντίστοιχο διάγραμμα χαράζεται για όλες τις διεγείρουσες δυνάμεις για να διαπιστωθεί από την φάση της σχεδίασης ποιές συχνότητες είναι επικίνδυνες για την δημιουργία ταλαντώσεως συντονισμού και να παρθούν τα απαραίτητα μέτρα με αλλαγή των φυσικών συχνοτήτων (με αλλαγή των αδρανειακών και ελαστικών



χαρακτηριστικών του εξεταζόμενου συστήματος), ή της συχνότητας διέγερσης (με κατάλληλη επιλογή μειωτήρα ή αλλαγή της μηχανής και της έλικας) για την αποφυγή της δημιουργίας του.



Σχήμα 26

**ΔΥΝΑΜΟΔΕΙΚΤΙΚΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ (2B)**

### **3.8) Μείωση των δυνάμεων διέγερσης**

Όπως έχει γίνει κατανοητό από τα προηγούμενα, κάθε προσπάθεια να εξαφανίσουμε τις αιτίες δημιουργίας ταλαντώσεων στην πράξη δεν θα στεφθεί με επιτυχία. Πρέπει επομένως να έχουμε σαν σκοπό την ελάττωση των δυνάμεων διέγερσης μέσα σε πρακτικά όρια. Αφού χαραχθεί ένα διάγραμμα σαν του σχήματος 26 η πρώτη προσπάθεια μας είναι να εκλέξουμε τον αριθμό στοφών λειτουργίας πού θα είναι εκτός ζώνης συντονισμού. Αν γίνει αυτό τότε θα ελαττώσουμε στο ελάχιστο την πιθανότητα δημιουργίας ταλαντώσεως συντονισμού. Αυτό όμως δεν σημαίνει πώς μπορούμε να αμελήσουμε την ελάττωση των διεγερουσών δυνάμεων, γιατί αν γίνει αυτό τότε το πλοίο μπορεί να υποφέρει από εξαναγκασμένες ταλαντώσεις σε υπερβολικό βαθμό πού παρουσιάζονται τοπικά με κινήσεις μερών της μεταλλικής κατασκευής όπως καταστρώματα, ιστοί γέφυρες κ.τ.λ.

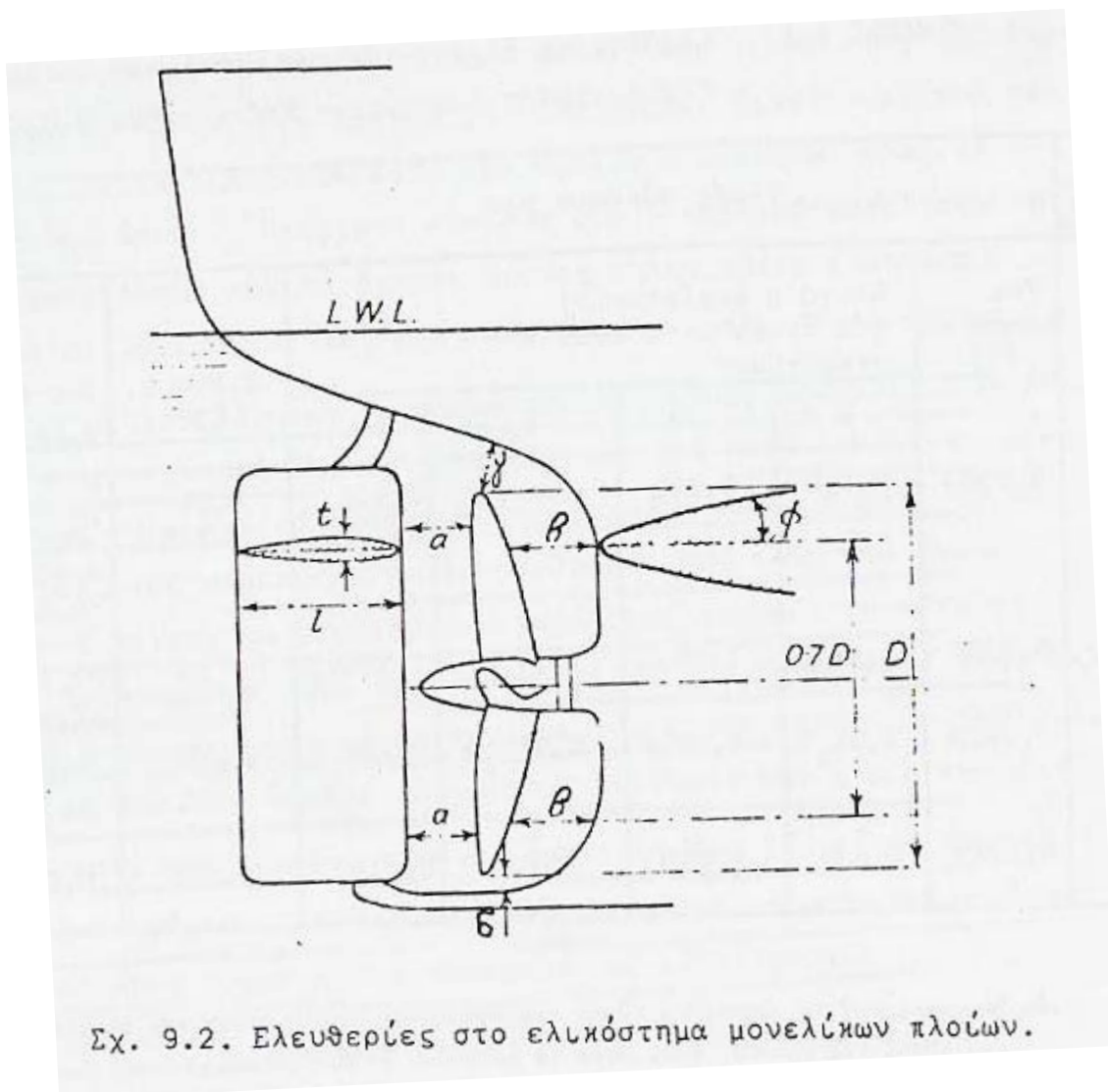
Μια κλασσική πηγή διέγερσης ταλαντώσεων είναι λόγο μη ζυγοσταθμισμένων κινούμενων μαζών. Αυτό παρουσιάζεται κατά κύριο ποσοστό στο αξονικό της Προωστήριας εγκατάστασης λόγο μη σωστής κατεργασίας του άξονα μετάδοσης ή λαθεμένης τοποθέτησης του με αποτέλεσμα την δημιουργία έκκεντρα τοποθετημένων μαζών πού αποτελούν την αιτία δημιουργίας κραδασμών στην Προωστήρια εγκατάσταση και (μέσω των στηριγμάτων και του ωστικού εδράνου) στην μεταλλική κατασκευή της πρύμνης του πλοίου. Η ζυγοστάθμιση των παλινδρομούντων μαζών της κύριας μηχανής πρέπει να είναι επίσης μια άλλη δουλειά πού πρέπει να δοθεί η δέουσα προσοχή για τη αποφυγή προβλημάτων δημιουργίας ταλαντώσεων.

Μια άλλη συνηθισμένη πηγή αζυγοσταθμιών είναι η έλικα. Αν η μάζα της έλικας δεν είναι σωστά ζυγοσταθμισμένη (π.χ. διαφορετικές μάζες ανά πτερύγιο ή διαφορετικό βήμα σε κάθε πτερύγιο). Ο κίνδυνος ταλαντώσεως από μια τέτοια πηγή γίνεται αμελητέος με σωστή κατεργασία και τοποθέτηση των αξόνων. Το κύριο πρόβλημα βρίσκεται στην έλικα και συγκεκριμένα στην λειτουργία της εντός του ομόρρου του πλοίου, με αποτέλεσμα όσο καλή ζυγοστάθμιση και αν γίνει πάλι να αποτελεί πηγή διέγερσης δυναμικών φαινομένων. Το πρόβλημα μπορεί να ελαττωθεί με κατάλληλη απόσταση της έλικας από την πρύμνη και από το πηδάλιο καθώς και με κατάλληλη σχεδίαση των γραμμών της πρυμναίας κατασκευής. Όσο μεγαλύτερη είναι η απόσταση της έλικας από την ακροπρυμναία περιοχή του πλοίου, τόσο μικρότερη η

διέγερση πού επάγει σε αυτή. Από την άλλη, αν η απόσταση της έλικας από την πρύμνη γίνει πολύ μεγάλη θα έχουμε άλλα προβλήματα πού σχετίζονται με μεγάλα ανυποστήρικτα μήκη αξόνων και μεγάλων ακροπρυμναίων στηριγμάτων. Έτσι τίθεται το πρόβλημα καθορισμού επαρκών ανοχών μεταξύ έλικας και πλοίου πού έχει γίνει αντικείμενο έρευνας νηογνωμόνων και πειραματικών δεξαμενών. Χαρακτηρίστηκες τιμές των ανοχών αυτών για μονέλικά πλοία δίνονται στον παρακάτω πίνακα και στο σχήμα 27.

Ελευ- θερία	Τιμές σύμφωνα με:						
	Van Lammeren (1)	Lloyd's Register(2) για έλικα με αριθμό πτερυγίων:				I.R.C.N. (3)	Det Norske Veritas(4)
		3	4	5	6		
α.	0,056D	0,12D	0,12D	0,12D	0,12D	0,06- 0,10D	$\geq 0,72t/1 D$ (στο κέντρο του ελι- κοφόρου) αλλά $\leq 0,15D > 0,08D$
	0,134D	$1,8k_1 D$	$1,5k_1 D$	$1,275k_1 D$	$1,125k_1 D$	0,15- 0,17D	$> 0,15D$ $\geq (1+\phi)DK_\tau$
	0,082D	$1,2k_1 D$	$1,0k_1 D$	$0,85k_1 D$	$0,75k_1 D$	0,07D	0,10D $Sk_3 D$
δ.	0,025D	0,03D	0,03D	0,03D	0,03D	0,04D	0,035D

### ΑΝΟΧΕΣ ΕΛΙΚΑΣ-ΜΟΝΕΛΙΚΟΥ ΠΛΟΙΟΥ (2B)



### Σχήμα 27 (2B)

Οι τιμές του Van Lammeren είναι για ένα πλοίο μήκους 400 ft και βασίζονται στο μήκος του πλοίου ώστε να παίρνουν υπόψη το πάχος του οριακού στρώματος.

Από τους κανονισμούς του L.R.S., ο συντελεστής  $k_1$ , υπολογίζεται από την σχέση :

$$k_1 = \left(0.1 + \frac{L}{3050}\right) * \left(\frac{2.56 * C_B * p}{L^2} + 0.3\right)$$

Όπου L, το μήκος της ισάλου πλεύσεως, P η μέγιστη ισχύ στον άξονα. Σε καμιά περίπτωση η διάσταση α στο σχήμα 27 δεν πρέπει να είναι μικρότερη από το μέγιστο πλάτος του πηδαλίου, β από το 0.15\*D και γ από 0.1\*D.

Από τους κανονισμούς του Det Norske Veritas :

T : ώση της έλικας

K<sub>T</sub> : Συντελεστής ώσης τής έλικας

$$S = 1.6 * \sqrt[3]{\frac{P * N}{(V * L * B * T * \sqrt{Z}) * (Z * N + 500)}} - 0.04$$

$$k_3 = \left( 1 + 2.4 * \left\{ \frac{H_{1,0} - H_{0,7}}{D} \right\} \right)$$

P : ισχύς (P.S.)

V : Υπηρεσιακή ταχύτητα (σε κόμβους).

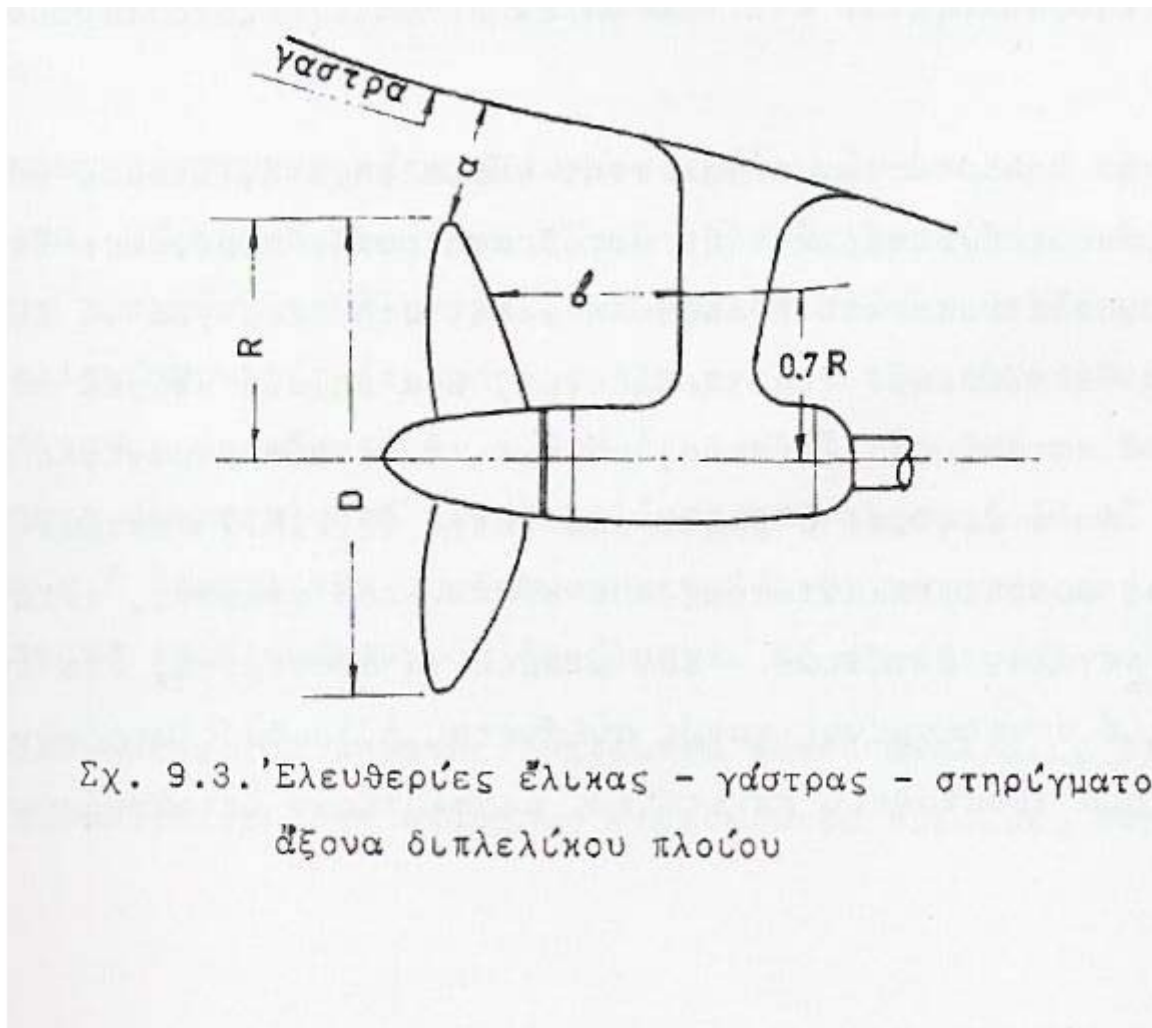
H<sub>1,0</sub> , H<sub>0,7</sub> : βήμα της έλικας στα R και στα 0.7\*R αντίστοιχα.

Z : αριθμός των πτερυγίων της έλικας

Αντίστοιχα, στον παρακάτω πίνακα δίνονται οι ελευθερίες κατά L.R.S. για διπλέλικα πλοία για διάφορους αριθμούς πτερυγίων, καθώς και στο σχήμα 28 απεικονίζονται τα αντίστοιχα μεγέθη.

**Τιμή σύμφωνα με L.R.S. για έλικα με αριθμό πτερυγίων όσο με :**

Διάσταση	3	4	5	6
a	1.2*k <sub>2</sub> *D	k <sub>2</sub> *D	0.85*k <sub>2</sub> *D	0.75*k <sub>2</sub> *D
β	1.2*k <sub>2</sub> *D	k <sub>2</sub> *D	0.85*k <sub>2</sub> *D	0.75*k <sub>2</sub> *D



### Σχήμα 28 (2B)

Η διάσταση α δεν πρέπει να είναι μικρότερη από  $0.2 \cdot D$  για έλικες με 3 και 4 πτερύγια και από  $0.16 \cdot D$  για έλικες με 5 και 6 πτερύγια.

Η διάσταση β δεν πρέπει να είναι μικρότερη από  $0.15 \cdot D$ .

Ο συντελεστής  $k_2$  δίνεται από την σχέση :

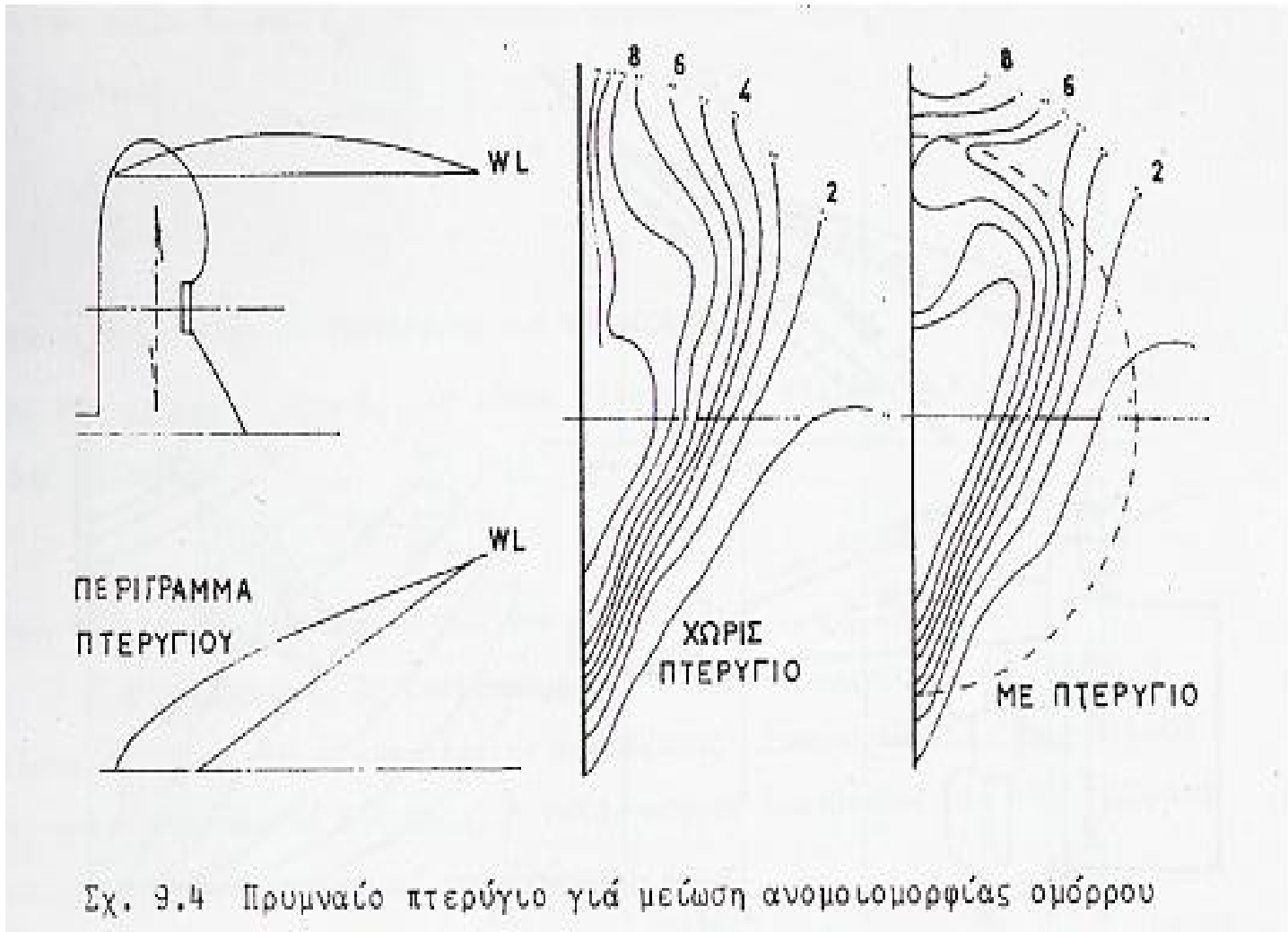
$$k_2 = \left(0.1 + \frac{L}{3050}\right) * \left(\frac{1.28 \cdot C_B \cdot P}{L^2} + 0.3\right)$$

L : μήκος ισάλου πλεύσεως

P : Μέγιστη ισχύ στον άξονα (P.S.)

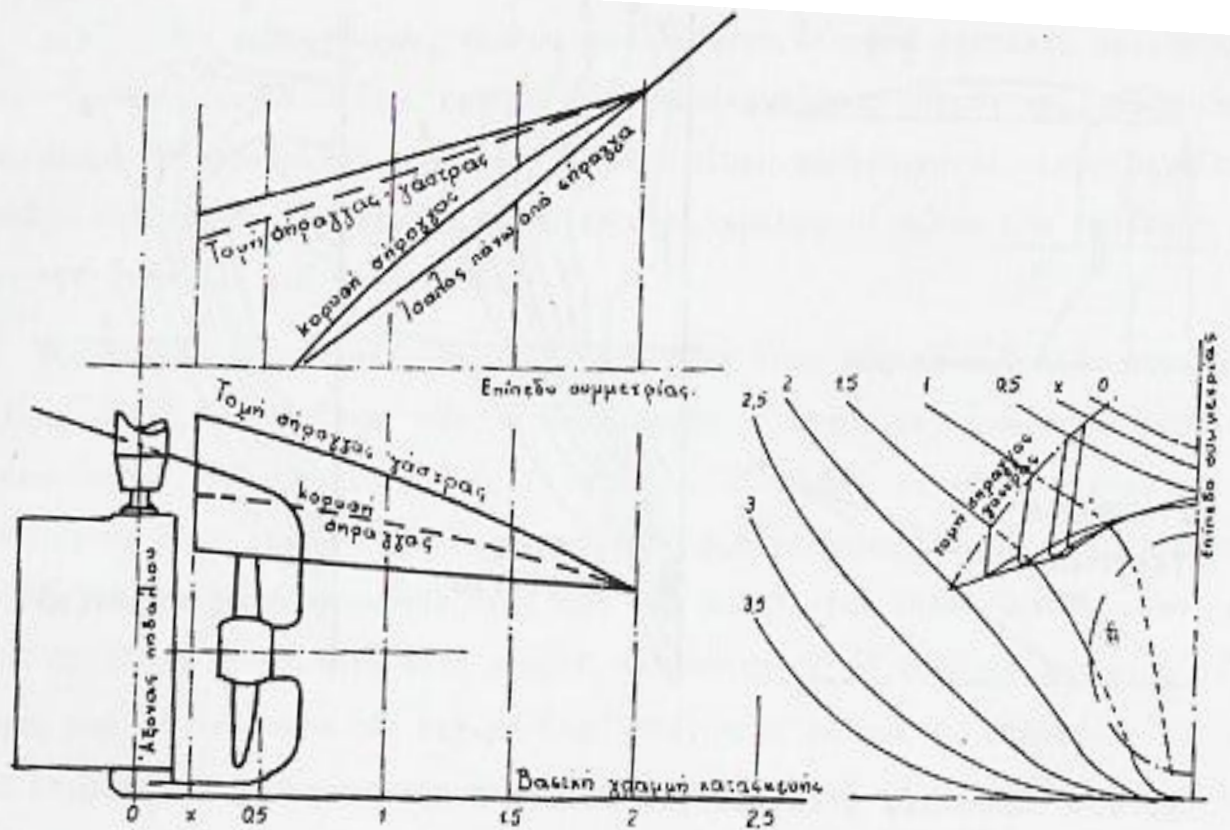
Επίσης, η κατάλληλη σχεδίαση της πρύμνης ενός πλοίου, μπορεί να έχει αποτελέσματα στην μείωση των δυνάμεων διέγερσης ταλαντώσεων από την έλικα, καθώς και η προσθήκη διαφόρων υδροδυναμικών βοηθημάτων με απώτερο σκοπό την εξομάλυνση της ροής που “βλέπει” η έλικα. Χαρακτηριστικά, ο Todd (“Ship hull vibration” Edward Arnold, 1961) αναφέρει ότι οι ίσαλοι μπροστά από την έλικα δεν πρέπει να έχουν κλίση μεγαλύτερη των  $20^\circ$  και το άκρο τους πρέπει να είναι όσο το δυνατόν ομαλότερο. Οδηγίες για την προκαταρκτική σχεδίαση των γραμμών του πρυμναίου τμήματος της γάστρας του πλοίου, έχει δώσει και ο Frivold (“Vibration excitation forces” Det Norske Veritas seminar on ship Vibration, June 1977) πού σύμφωνα με αυτές, η γωνία νομέως (σημ. η γωνία μεταξύ της εφαπτομένης και του νομέα) και της κατακόρυφου του στο ύψος του κέντρου να βρίσκεται μεταξύ του 0.2-0.3. Επίσης, η επιφάνεια της τομής του νομέως, να βρίσκεται μεταξύ του 35%-60% της επιφάνειας του ορθογωνίου παραλληλογράμμου που περιβάλλει την μέση τομή του πλοίου.

Επίσης, η δύναμη διέγερσης από την έλικα μπορούν να ελαττωθούν με την χρήση ενός πτερυγίου μπροστά και πάνω από την έλικα όπως φαίνεται στο σχήμα 29. Εκτός από αυτά τα πτερύγια έχουν χρησιμοποιηθεί και σήραγγες όπως φαίνεται στο σχήμα 30. Με την χρησιμοποίηση και των δύο αυτών διατάξεων, εμποδίζεται η πλάγια και προς τα πάνω ροή και η δημιουργία δυνών, με αποτέλεσμα την μείωση της έντασης του ομόρρου στην περιοχή κοντά στην έλικα. Από πειράματα, έχει διαπιστωθεί πως οι δύο αυτές διατάξεις δεν αυξάνουν την αντίσταση του πλοίου ενώ η σήραγγα είναι δυνατό να αυξήσει την ταχύτητα του πλοίου.



Σχήμα 29 (2B)





Σχ. 9.5 Κατασκευή σφραγίς για βελτίωση του κεδίου ομόρρου και μείωση των ταλαντώσεων σκάφους

Σχήμα 30 (2B)

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4**

### **4.1) Εισαγωγή**

Δεδομένου της σημασίας πού έχει η σωστή και αξιόπιστη λειτουργία της προωστήριας εγκατάστασης ενός πλοίου (εφόσον η λειτουργία ενός πλοίου βασίζεται στην πρόωση του) και λαμβάνοντας υπόψη πώς αποτελεί ένα μεγάλο μέρος της αξίας του πλοίου, γίνεται κατανοητός ο λόγος της μελέτης ταλαντώσεων σε αυτήν. Η σχεδίαση μιάς προωστήριας εγκατάστασης γίνεται βασιζόμενη σε κριτήρια μέγιστης δυνατής απόδοσης και αυτό έχει σαν συνέπεια υψηλό δείκτη φόρτισης (π.χ. αυξημένη συγκέντρωση ισχύος προωστήριας μηχανής και υψηλή υδροδυναμική φόρτιση της έλικας του πλοίου) και άρα, αυξημένα ταλαντωτικά φορτία πού μπορεί να προκαλέσουν από απορύθμιση της ζυγοστάθμισης του αξονικού (με αποτέλεσμα επιπρόσθετα ταλαντωτικά φορτία) μέχρι φθορά, παραμόρφωση ή και αστοχία αξόνων ή άλλων μερών του αξονικού όπως επίσης και την δημιουργία υπερβολικού θορύβου.

Όπως θα δούμε και παρακάτω, η μελέτη ταλαντώσεων των προωστηρίων εγκαταστάσεων βασίζεται σε μοντέλα διακριτών μαζών και ελατηρίων και οι θεωρητικές προβλέψεις, ακολουθούνται από δοκιμές πού γίνονται για επαλήθευση και βελτίωση των μεθόδων υπολογισμού.

Στο παρόν κεφάλαιο, γίνεται παρουσίαση των ταλαντώσεων πού διεγείρεται μια προωστήρια εγκατάσταση πλοίου και λύνεται ένα παράδειγμα στρεπτικών ταλαντώσεων για συγκεκριμένη προωστήρια διάταξη ενός πλοίου.

## 4.2) στρεπτικές ταλαντώσεις

Ο υπολογισμός στρεπτικών ταλαντώσεων, στην πράξη βασίζεται σε μοντέλα διακριτών μαζών όπως φαίνεται στο σχήμα 31. Γενικότερα το μοντέλο μπορεί να περιλαμβάνει μαζικές ροπές αδρανείας (που αντιπροσωπεύουν τα βασικότερα μέρη της προωστήριας εγκατάστασης: έλικα, μειωτήρα, αξονικό, στροφαλοφόρο άξονα, σφόνδυλο, ηλεκτροπαραγωγά ζεύγη κ.τ.λ.), στρεπτικά ελατήρια (που αντιπροσωπεύουν τά χαρακτηριστικά ελαστικότητας του συστήματος σε διακριτές αποστάσεις) και χαρακτηριστικά απόσβεσης (πού αντιπροσωπεύουν την τριβή που εμφανίζεται σε όλα τα συστήματα καθώς και μεμονομένους αποσβεστήρες). Η ύπαρξη μειωτήρα, λαμβάνεται υπόψη, εισάγωντας έναν ή περισσότερους βαθμούς ελευθερίας στο μοντέλο, με κατάλληλη τροποποίηση των χαρακτηριστικών τους ώστε να αναφέρονται στην γωνιακή ταχύτητα του ελικοφόρου ή του στροφαλοφόρου της μηχανής.

Οι δυνάμεις που διεγείρουν στρεπτικές ταλαντώσεις στην προωστήρια διάταξη είναι κατά κύριο λόγο τα στρεπτικά φορτία που προέρχονται από την λειτουργία της κύριας μηχανής καθώς και από την λειτουργία της έλικας εντός του ανομοιόμορφου ομόρρου του πλοίου (βλ. κεφάλαιο 1). Επίσης στην περίπτωση ύπαρξης μειωτήρα, λόγω της φύσης λειτουργίας του (στην ουσία πρόκειται για μια διάταξη οδοντωτών τροχών) διεγείρει στρεπτικές ταλαντώσεις στην προωστήρια διάταξη αλλά, λαμβάνοντας υπόψη τις σύγχρονες μεθόδους κατασκευής που εφαρμόζονται τα φορτία αυτά είναι αμελητέα.

Παραδοσιακά, ο υπολογισμός των φυσικών ιδιοσυχνοτήτων στρεπτικών ταλαντώσεων, βασιζόταν σε προσεγγιστικές μεθόδους (βλ. μέθοδο Holzer), στη σημερινή πραγματικότητα, είναι πολύ απλός ο υπολογισμός τους, δεδομένων των πινάκων  $M_{ij}$ ,  $K_{ij}$  με υπολογισμό των ιδιοτιμών του πίνακα  $M^{-1} * K_{ij}$  και στη συνέχεια κατασκευή του διαγράμματος συντονισμού για εντοπισμό των επικίνδυνων στροφών λειτουργίας του αξονικού.

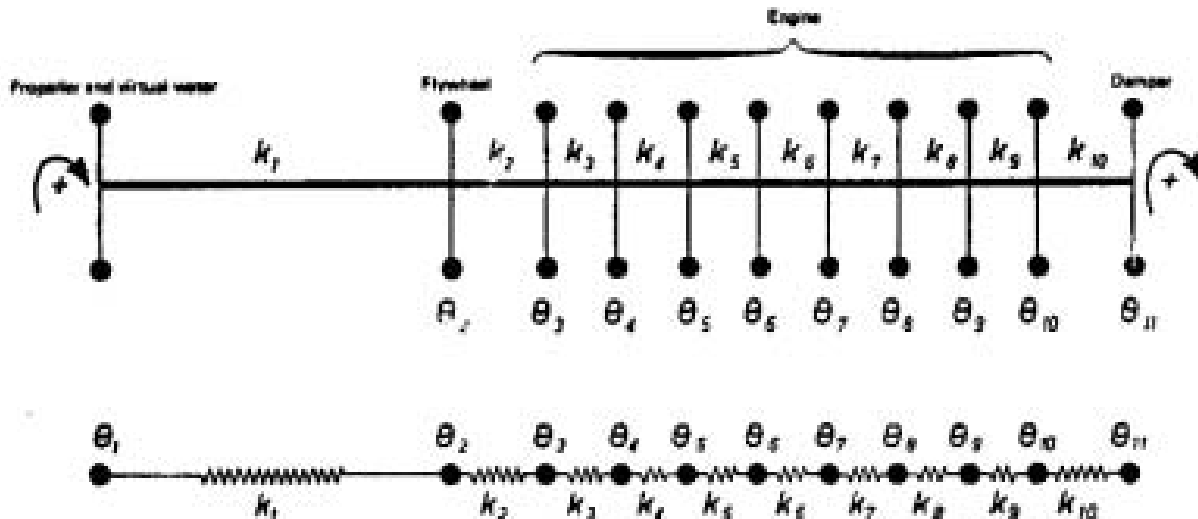
Η απόκριση του συστήματος σε στρεπτικές ταλαντώσεις προκύπτει από επίλυση του γραμμικού συστήματος :

$$\mathbf{x}_n(\omega) = (-\omega^2 * \mathbf{M}_{N,N} + \omega * \mathbf{i} * \mathbf{C}_{N,N} + \mathbf{K}_{N,N})^{-1} * \mathbf{F}_n(\omega), (\forall n \in \{1, N\})$$

Όπου  $x_n(\omega)$ , η απόκριση του n-ου βαθμού ελευθερίας του N-βάθμιου μοντέλου στρεπτικών ταλαντώσεων στο εύρος συχνοτήτων πού μας ενδιαφέρει,  $M_{N,N}$ ,  $K_{N,N}$ ,  $C_{N,N}$  οι  $N \times N$  πίνακες μάζας, αστρεψίας και απόσβεσης αντίστοιχα και  $F_n(\omega)$  το αντίστοιχο εύρος αρμονικής διέγερσης πού προκύπτει μετά από ανάλυση Fourier τών στρεπτικών φορτίων. Για περισσότερες πληροφορίες για την ανωτέρω ανάλυση καλείται ο αναγνώστης να διαβάσει το δεύτερο παράρτημα πού αφορά την ανάλυση Fourier στο τέλος της παρούσας εργασίας. Ο υπολογισμός της στρεπτικής αποκρίσεως του συστήματος είναι επίσης πολύ εύκολος, όπως θα γίνει κατανοητό και από το λυμένο παράδειγμα που παρατίθεται.

Σύμφωνα με τα ανωτέρω, η μόνη ουσιαστική δυσκολία στον υπολογισμό των στρεπτικών ταλαντώσεων, βρίσκεται στο προσδιορισμό των αδρανειακών και ελαστικών σταθερών πού θα αντιπροσωπεύουν με τον πιο ρεαλιστικό τρόπο την προωστήρια διάταξη, ιδιαίτερα αν το μοντέλο διαθέτει και χαρακτηριστικά απόσβεσης.

Τα μέτρα για αποφυγή δημιουργίας υπερβολικών στρεπτικών ταλαντώσεων είναι μείωση των διεγερουσών δυνάμεων και αποφυγή των ταλαντώσεων συντονισμού με επανασχεδίαση της έλικας ή αλλαγή κάποιων παραμέτρων καύσης της κύριας μηχανής. Επίσης μπωρεί να γίνει και με αλλαγή κάποιων στοιχείων του αξονικού για τροποποίηση των χαρακτηριστικών μάζας και αστρεψίας του συστήματος ή προσθήκη μηχανισμών απόσβεσης.



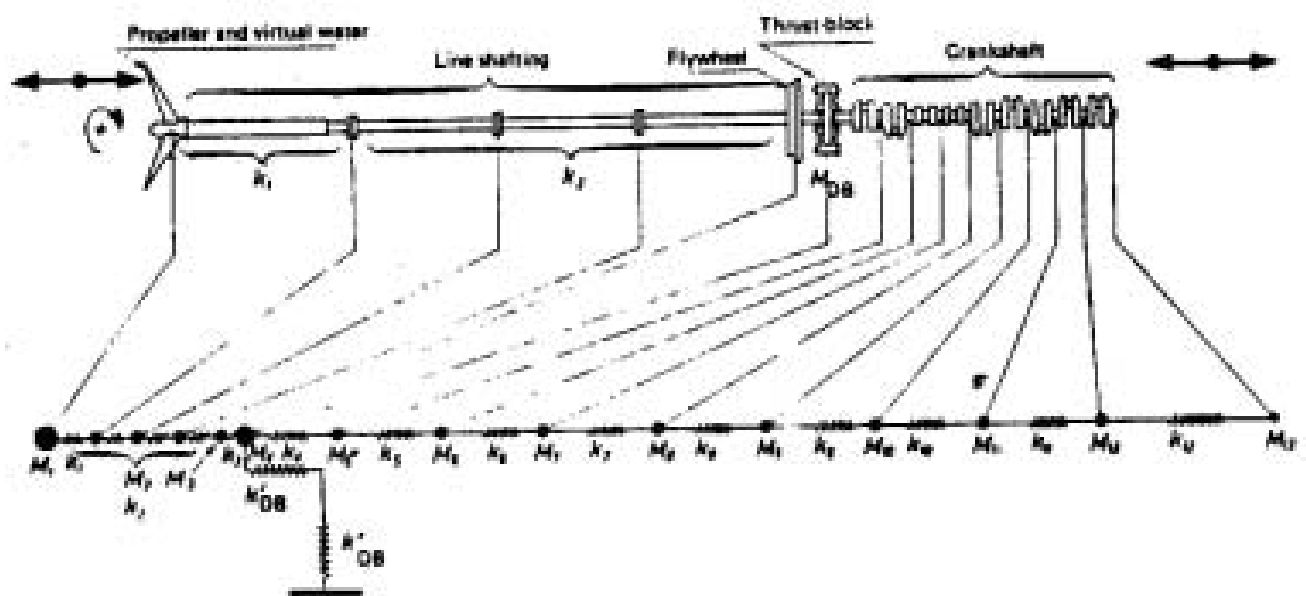
Σχήμα 31

### ΣΤΡΕΠΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΠΡΩΣΤΗΡΙΑ ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ ΠΛΟΙΟΥ (3B)

#### 4.3) Αξονικές ταλαντώσεις

Η εμφάνιση αξονικών ταλαντώσεων στην προωστήρια εγκατάσταση, οφείλεται στην διακύμανση της ώσης της έλικας και στις ακτινικές δυνάμεις που μεταφέρονται μέσω του στροφαλοφόρου άξονα από τον κινηματικό μηχανισμό της κύριας μηχανής. Η μεθοδολογία προσδιορισμού της απόκρισης της προωστήριας διάταξης σε αξονικές ταλαντώσεις είναι ακριβώς ίδια με αυτήν για τις στρεπτικές. Δηλ. κατασκευάζεται μοντέλο διακριτών βαθμών ελευθερίας που προσομοιώνει την προωστήρια εγκατάσταση και κατόπιν γίνεται υπολογισμός των ιδιοσυχνοτήτων του συστήματος σε αξονικές ταλαντώσεις και υπολογίζεται η απόκριση του συστήματος με επίλυση του ίδιου γραμμικού συστήματος που παρουσιάστηκε παραπάνω με την διαφορά πως σε αυτή την περίπτωση οι αντίστοιχοι πίνακες μάζας, ατένειας και απόσβεσης θα περιλαμβάνουν τα χαρακτηριστικά για την μεταφορική (αντίστοιχα στροφική) κίνηση του συστήματος. Ενδιαφέρον παρουσιάζει το γεγονός ότι μπορεί να γίνει αποσύζευξη των αξονικών βαθμών ελευθερίας του μοντέλου σε αυτούς που βρίσκονται από την έλικα ως το ωστικό έδρανο και διεγείρονται μόνο από τις δυνάμεις της έλικας και σε αυτούς που βρίσκονται από το ωστικό έδρανο και πίσω και διεγείρονται μόνο από τις δυνάμεις της

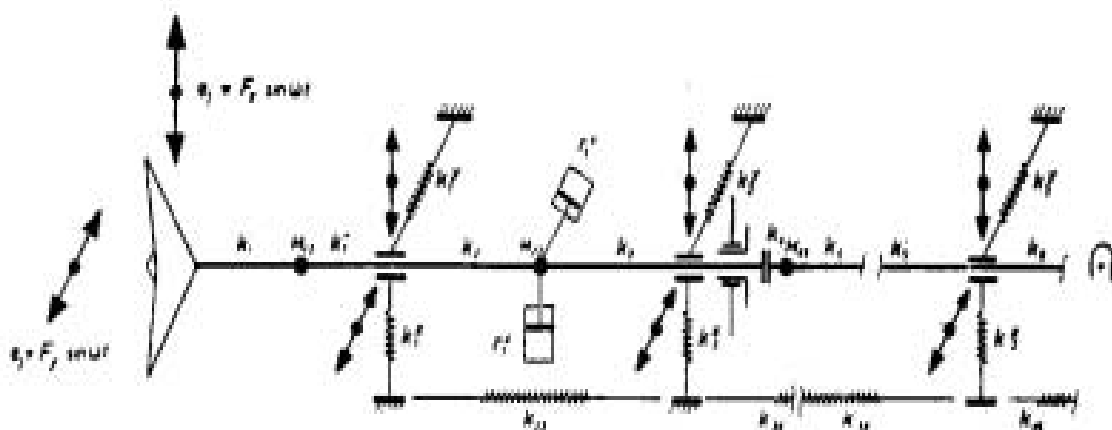
μηχανής. Το γεγονός αυτό βασίζεται στην ισχυρή ατένεια του ωστικού εδράνου. Αν αυτό δεν είναι δυνατό (αν π.χ., η μέση τιμή και η διακύμανση της ώσης της έλικας είναι μεγάλες) τότε το μοντέλο εκτείνεται καθόλο το μήκος της εγκατάστασης.



**ΑΞΟΝΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΠΡΟΩΣΤΗΡΙΑΣ ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ ΠΛΟΙΟΥ ΚΑΙ ΑΝΤΙΠΑΡΑΒΟΛΗ ΤΟΥ ΜΕ ΤΗΝ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΗ ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΗ (3B)**

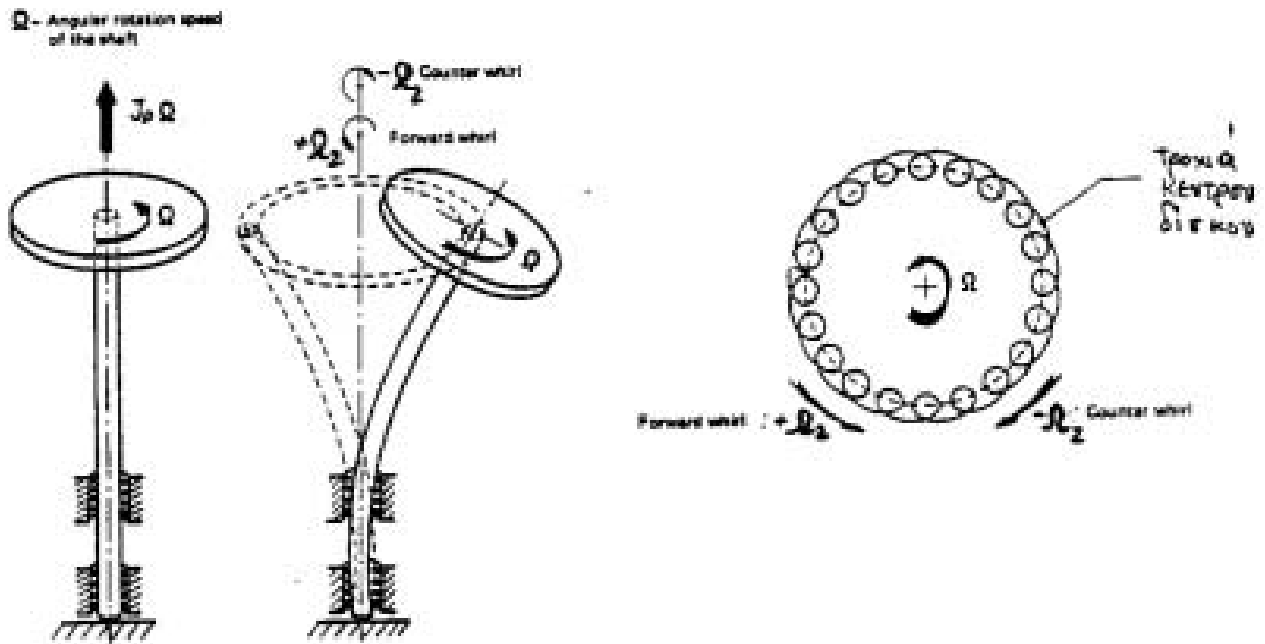
#### 4.4) Καμπτικές ταλαντώσεις

Λόγω των πλευρικών (εγκάρσιων και κατακόρυφων) ταλαντωτικών φορτίων που αναπτύσσονται από την έλικα λόγω έκεντρα κατανεμημένης μάζας και υδροδυναμικών φορτίων λόγω λειτουργίας της έλικας εντός του ομόρρου του πλοίου, διεγείρονται αντίστοιχες ταλαντώσεις και στο αξονικό (κυρίως στην πρυμναία περιοχή πριν το ωστικό έδρανο). Ο υπολογισμός των ταλαντώσεων βασίζεται, στην πράξη, σε διακριτά μοντέλα όπως αυτό που εικονίζονται στο Σχήμα 32. Λόγω της ανισοτρόπου συμπεριφοράς των εδράνων του άξονα, τα χαρακτηριστικά του μοντέλου για την κατακόρυφη ταλάντωση μπορεί να διαφέρουν σημαντικά από τα αντίστοιχα για την οριζόντια ταλάντωση. Η κατάσταση περιπλέκεται περισσότερο από το γεγονός ότι τα ανωτέρω πλευρικά φορτία της έλικας απομακρύνουν την θέση του κέντρου του δίσκου από τον (ιδεατό) άξονα περιστροφής. Αυτό έχει σαν άμεση συνέπεια την εμφάνιση γυροσκοπικών επιδράσεων, οι οποίες εξαρτώνται από την ταχύτητα περιστροφής του άξονα, και οι οποίες συντελούν στην συνδυασμένη κίνηση του κέντρου του δίσκου της έλικας, που αποτελείται από την γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του άξονα ( $\Omega$ ) και την γωνιακή ταχύτητα μεταπτώσεων του κέντρου ( $\Omega_2$ ), όπως εικονίζεται στο Σχήμα 33.



Σχήμα 32

ΚΑΜΠΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΠΡΟΩΣΤΗΡΙΑΣ ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ ΠΛΟΙΟΥ (3B)

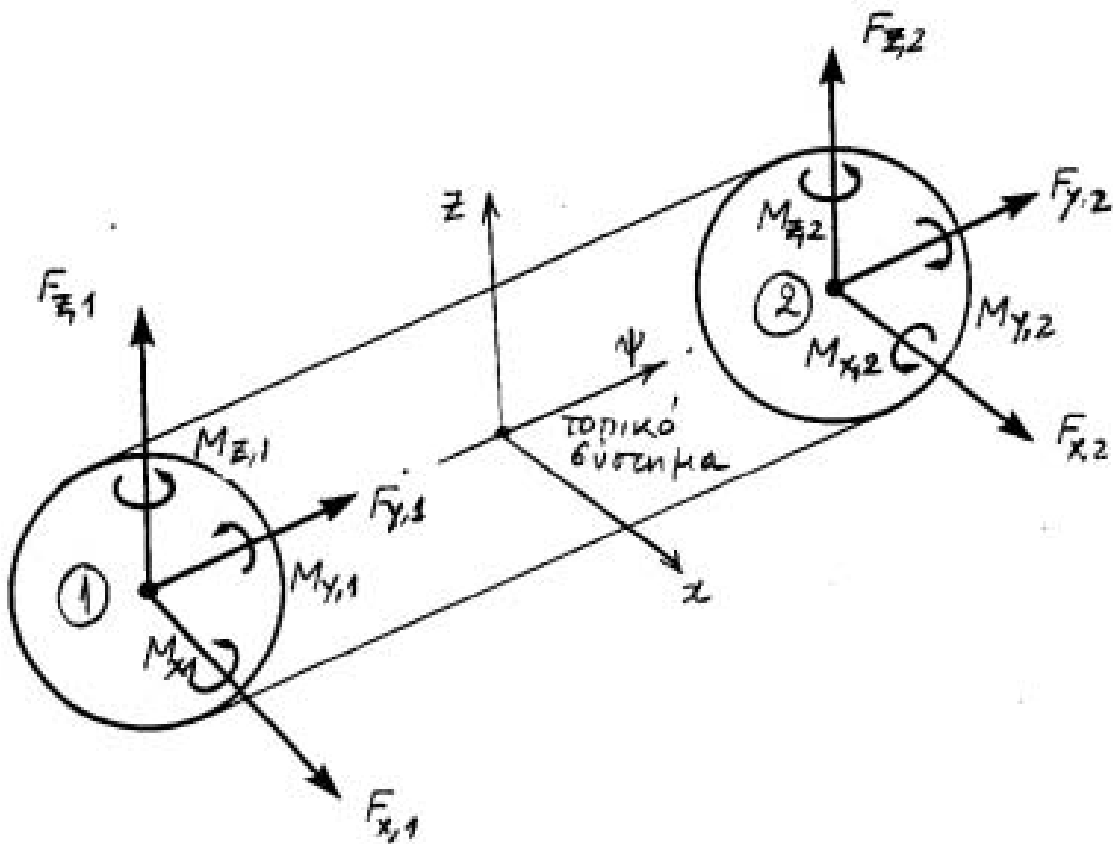


Σχήμα 33

### ΓΥΡΟΣΚΟΠΙΚΟ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ ΣΤΗΝ ΕΛΙΚΑ (3B)

Τέλος θα ήταν σκόπιμο να σημειωθεί πώς εφαρμογή σε τέτοια προβλήματα βρίσκει τα τελευταία χρόνια και η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων που παρουσιάστηκε στο δεύτερο κεφάλαιο. Εφαρμογή στην προκειμένη περίπτωση βρίσκει το κυλινδρικό στοιχείο για μοντελοποίηση του αξονικού που περιλαμβάνει έξι βαθμούς ελευθερίας σε κάθε κόμβο (δύο για κάθε άξονα του χώρου, μεταφορικό και στροφικό βαθμό ελευθερίας) όπως φαίνεται στο σχήμα 34. Η διαδικασία που ακολουθείται είναι αυτή που παρουσιάσαμε στο δεύτερο κεφάλαιο. Δήλ., διακριτοποιείται η πρωσθήρια εγκατάσταση σε στοιχεία, γίνεται υπολογισμός των μητρώων μάζας, ακαμψίας και απόσβεσης για το κάθε στοιχείο ξεχωριστά ως προς ένα σύστημα συντεταγμένων, ξεχωριστό για το κάθε στοιχείο και μετά “μεταφέρονται” σε ένα καθολικό σύστημα συντεταγμένων για υπολογισμό υδιοσυχνοτήτων και απόκρισης όλου του συστήματος όπως παρουσιάστηκαν προηγουμένως.





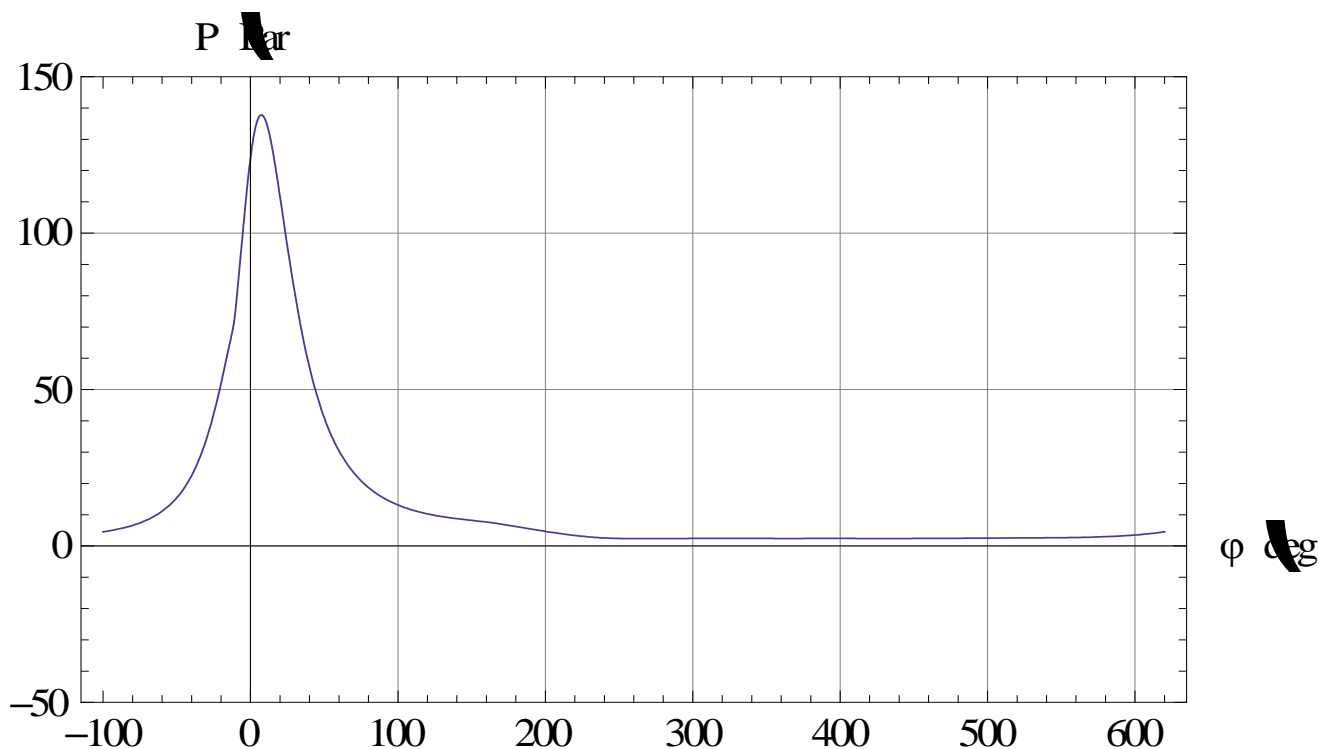
Σχήμα 34

ΤΟ ΚΥΛΙΝΔΡΙΚΟ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΟ ΣΤΟΙΧΕΙΟ (3B)

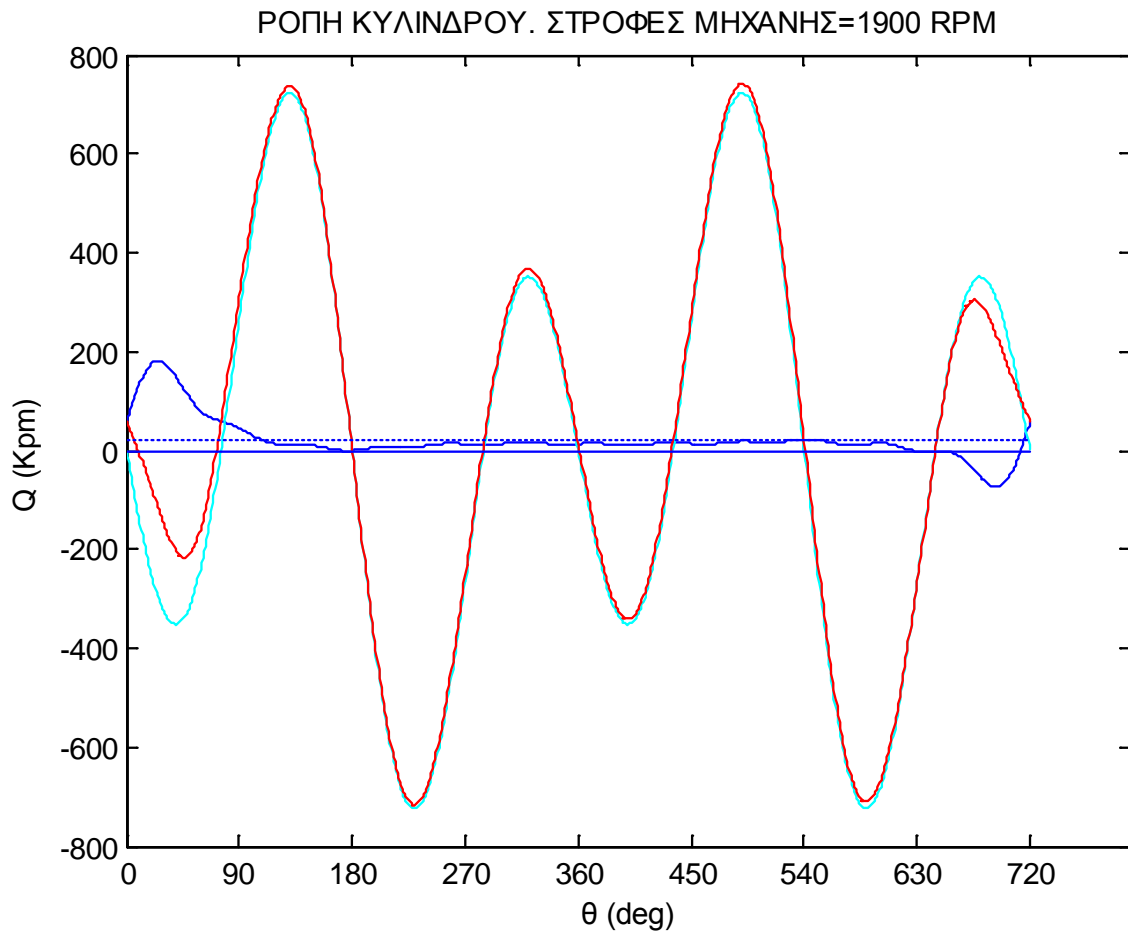
#### 4.5) Πράδειγμα στρεπτικών ταλαντώσεων προωστήριας εγκατάστασης

Σε αυτήν την ενότητα θα μελετηθεί η προωστήρια εγκατάσταση του πλοίου speed 1 (chemical tanker) σε στρεπτικές ταλαντώσεις. Το πλοίο προωθείται από δύο 4-χ μηχανές τύπου Caterpillar 3406 στην ταχύτητα των 10 κόμβων. Η μηχανή δουλεύει στις 1900 (R.P.M.) αποδίδοντας 330 (H.P.) στο M.C.R., έχει  $Z=6$  κυλίνδρους, διαδρομή εμβόλου 165 (mm) και η σειρά ανάφλεξης είναι 1-3-5-6-4-2. Το δυναμοδεικτικό διάγραμμα της μηχανής στο M.C.R. φαίνεται στο σχήμα 35. Στο σχήμα 36 φαίνεται η στρεπτική ροπή στον έναν κύλινδρο της μηχανής και στο σχήμα 37 η συνισταμένη ροπή από όλους τους κυλίνδρους επίσης στην M.C.R. κατάσταση λειτουργίας της μηχανής.

### ΔΥΝΑΜΟΔΕΙΚΤΙΚΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ



Σχήμα 35

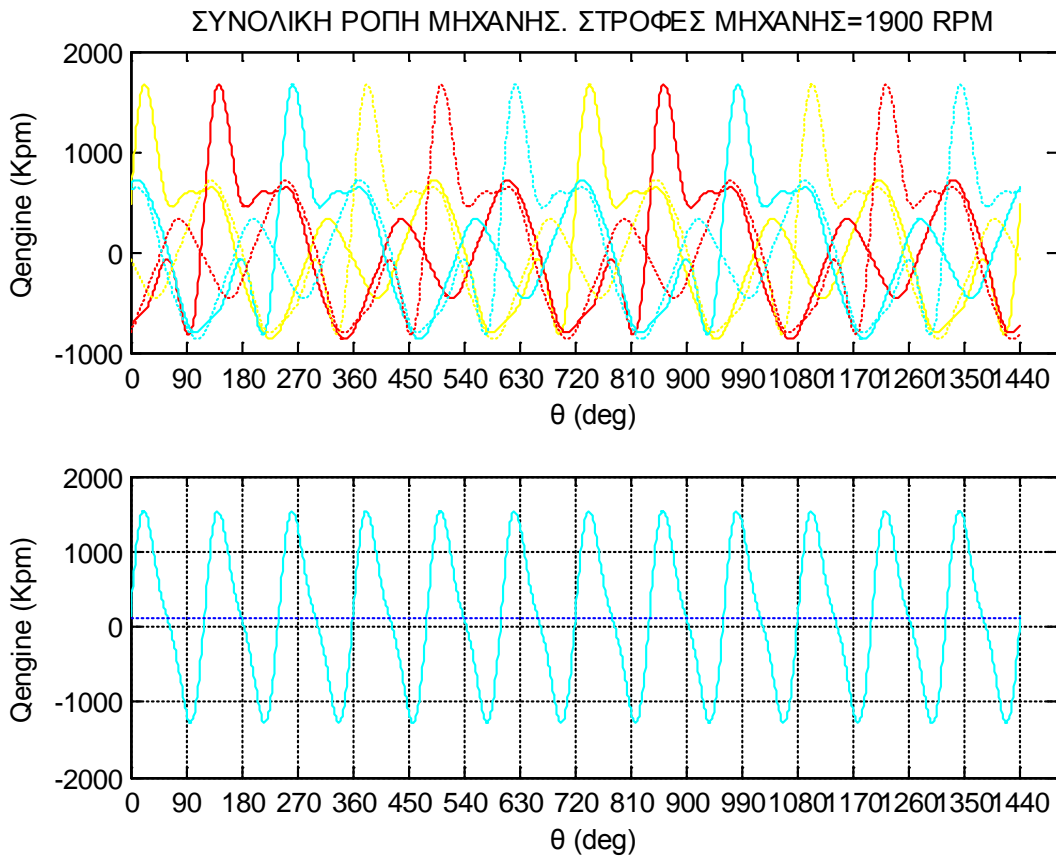


Εξ' αερίων

Εκ' παλινδρομούντων μαζών

Συνολική

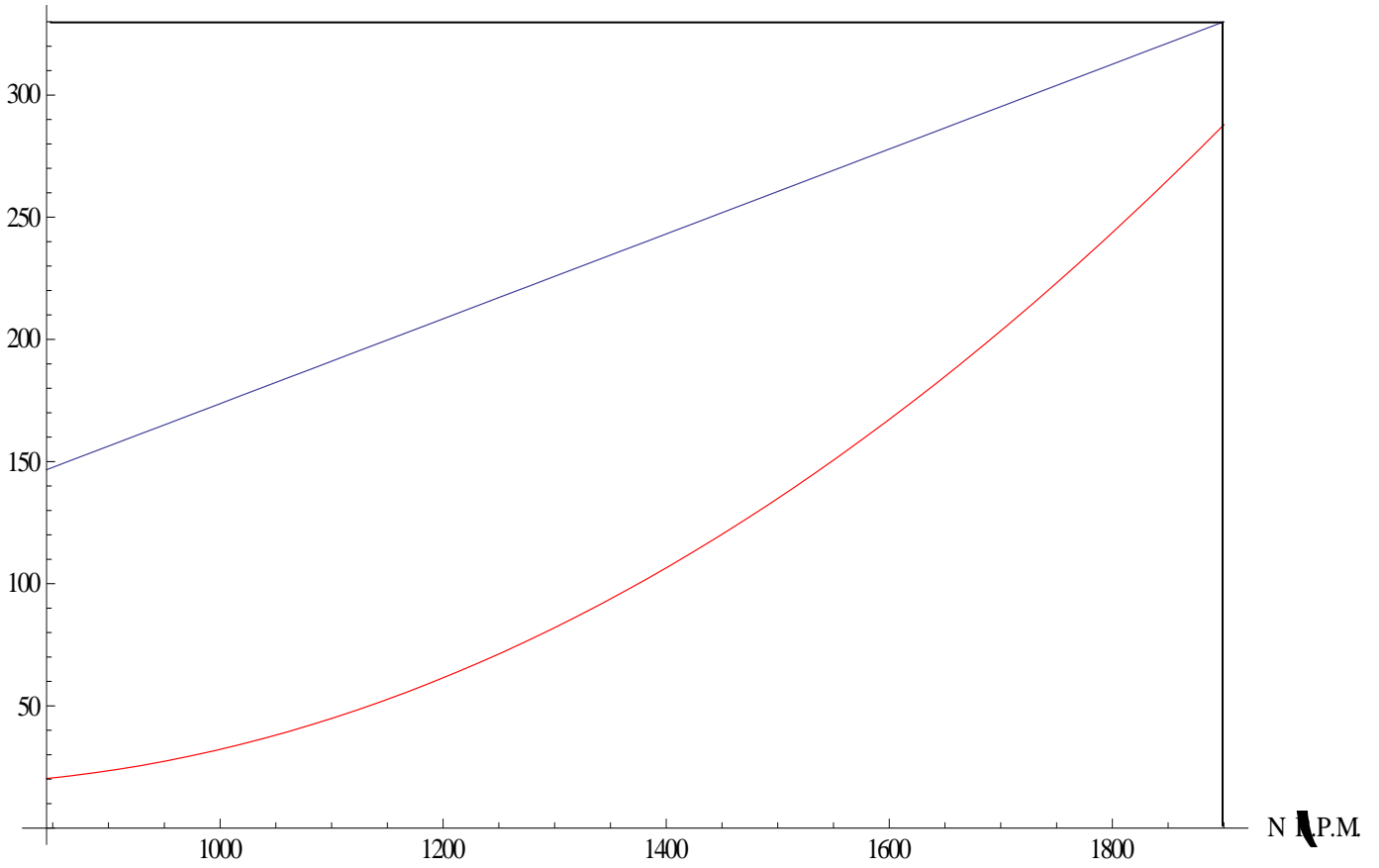
Σχήμα 36



**Σχήμα 37**

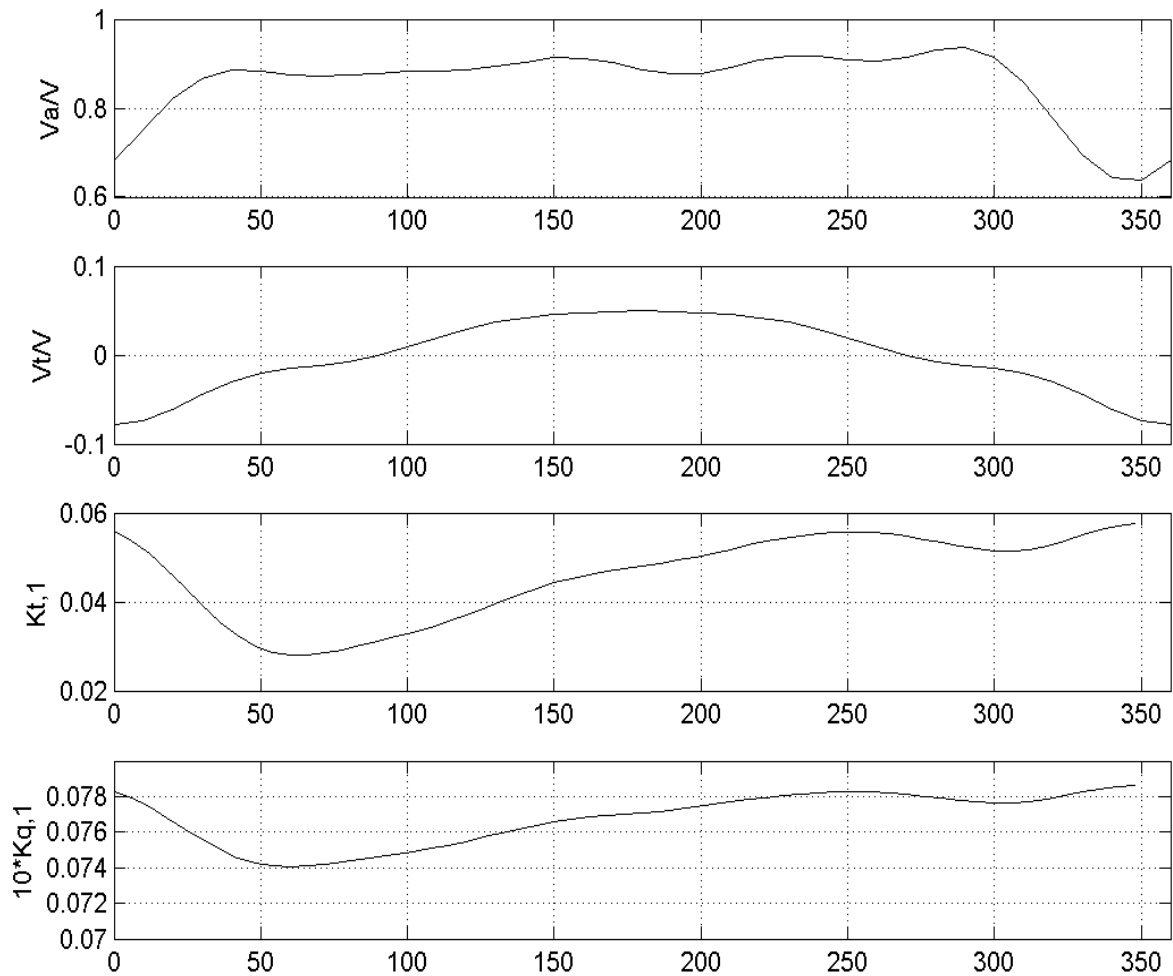
Οι μηχανές, δίνουν περιστροφή σε δύο έλικες διαμέτρου  $D=1.5$  (m) με  $Z=5$  πτερύγια. Οι απαιτήσεις της μίας έλικας φαίνονται στο σχήμα 38 όπου εικονίζεται η καμπύλη ελαφριάς φόρτισης της έλικας μαζί με την καμπύλη ισχύος-στροφών της μίας μηχανής. Η ιστορία του συντελεστή ώσης και του συντελεστή ροπής της μίας έλικας φαίνονται στο σχήμα 39 μαζί με την κατανομή της αξονικής και περιφερειακής συνιστώσας του ομόρρου για την εξεταζόμενη γάστρα του πλοίου. Τα αποτελέσματα αυτά πάρθηκαν από κώδικα μη μόνιμης συμπεριφοράς της έλικας με δεδομένες τις απαιτήσεις της μίας έλικας και τις γραμμές του εξεταζόμενου πλοίου.

S.H.P.  $\lambda$ S.



Σχήμα 38

ΚΑΜΠΥΛΗ ΕΛΑΦΡΙΑΣ ΦΟΡΤΗΣΗΣ ΤΗΣ ΕΛΙΚΑΣ



**Σχήμα 39**

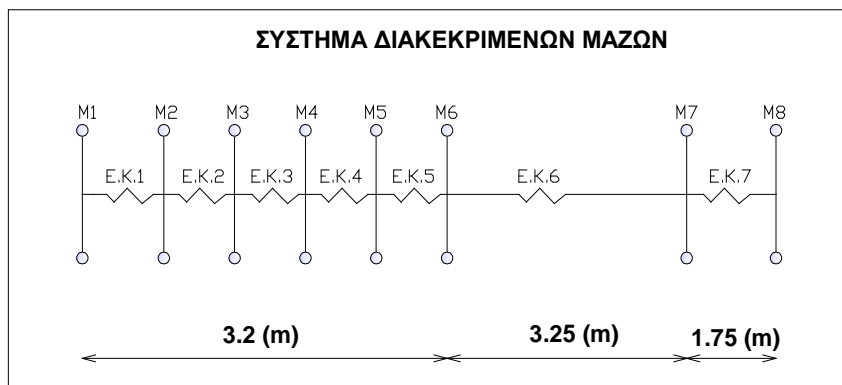
**ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΑΞΟΝΙΚΟΥ ΚΑΙ ΠΕΡΙΦΕΡΙΑΚΟΥ ΟΜΟΡΡΟΥ ΚΑΙ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗ  
ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΩΝ ΩΣΗΣ ΚΑΙ ΡΟΠΗΣ**

Η κάθε μηχανή διαβιβάζει την ισχύ της μέσω αξονικού συστήματος με την μεσολάβηση μειωτήρα στροφών με λόγο μείωσης (6.86 : 1). Στο σχήμα 40 φαίνεται το μοντέλο στρεπτικών ταλαντώσεων της εξεταζόμενης εγκατάστασης- 8 βαθμών ελευθερίας. Τα χαρακτηριστικά μάζας και αστρεψίας του συστήματος πάρθηκαν από μελέτη παρόμοιας Προωστήριας εγκατάστασης. Στους παρακάτω πίνακες, φαίνονται η μορφή του πίνακα αστρεψίας του συστήματος καθώς και οι τιμές μάζας και αστρεψίας του μοντέλου.

EK1	-EK1	0	0	0	0	0	0
-EK1	EK1+EK2	-EK2	0	0	0	0	0
0	-EK2	EK2+EK3	-EK3	0	0	0	0
0	0	-EK3	EK3+EK4	-EK4	0	0	0
0	0	0	-EK4	EK4+EK5	-EK5	0	0
0	0	0	0	-EK5	EK5+EK6	-EK6	0
0	0	0	0	0	-EK6	EK6+EK7	-EK7
0	0	0	0	0	0	-EK7	EK7

<b>EK<sub>n</sub></b>	1	2	3	4	5	6	7	
(N*M/rad)	6.7584*10 <sup>6</sup>	6.7584*10 <sup>6</sup>	6.7584*10 <sup>6</sup>	6.7584*10 <sup>6</sup>	6.7584*10 <sup>6</sup>	2.0795*10 <sup>6</sup>	1.7554*10 <sup>6</sup>	-
<b>M<sub>n</sub></b>	1	2	3	4	5	6	7	8
(kgr*m <sup>2</sup> )	21.6	21.6	21.6	21.6	21.6	21.6	47.02	44

ΒΑΘΜΟΣ ΕΛΕΥΘΕΡΙΑΣ	ΑΝΤΙΠΡΟΣΩΠΕΥΣΗ
1	ΚΥΛ 1
2	ΚΥΛ 2
3	ΚΥΛ 3
4	ΚΥΛ 4
5	ΚΥΛ 5
6	ΚΥΛ 6
7	ΜΕΙΩΤΗΡΑΣ + ΣΦΟΝΔΥΛΟΣ
8	ΕΛΙΚΑ



**Σχήμα 40**



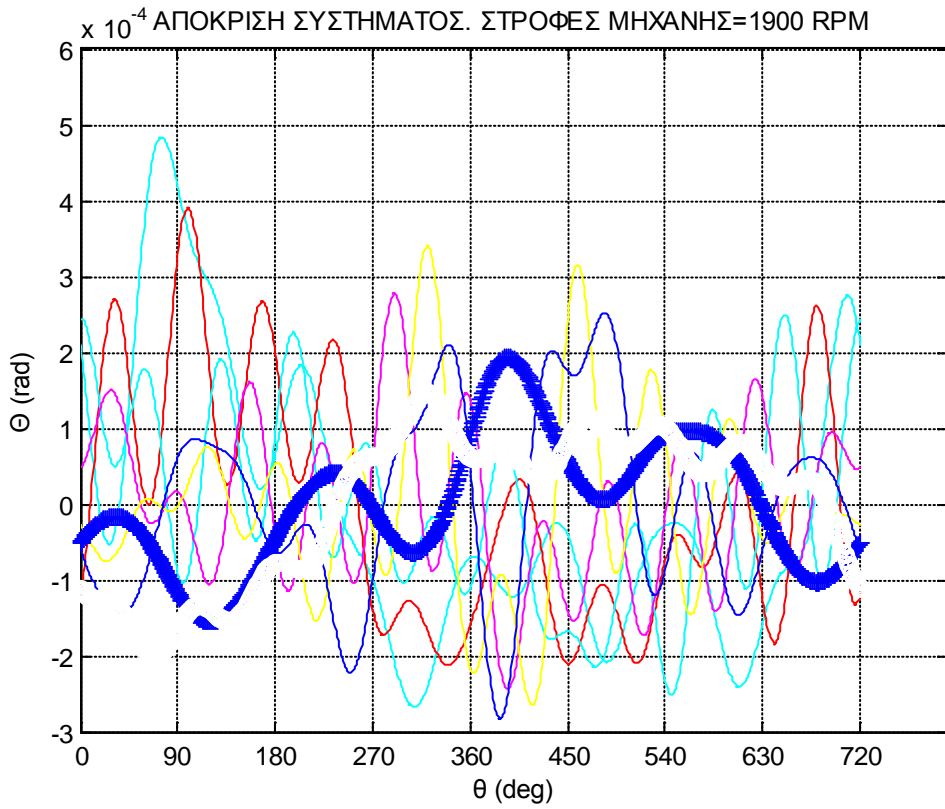
Τα γενικά χαρακτηριστικά του συστήματος είναι:  
 εξωτερική διάμετρος ελικοφόρου άξονα  $d=140\text{mm}$   
 διάμετρος στροφαλοφόρου  $d=120\text{mm}$   
 Υλικό άξονα:  $\rho=7850(\text{kgr/m}^3)$ ,  $G = 8.2 * 10^{10} (\text{N/m}^2)$ ,  $E = 21 * 10^{10} (\text{N/m}^2)$

Η ανάλυση της στρεπτικής ταλαντωτικής συμπεριφοράς του μοντέλου, έγινε σε κώδικα Matlab με βάση τη θεωρία που αναπτύχθηκε στα προηγούμενα. Οι φυσικές συχνότητες και οι ιδιομορφές του συστήματος είναι:

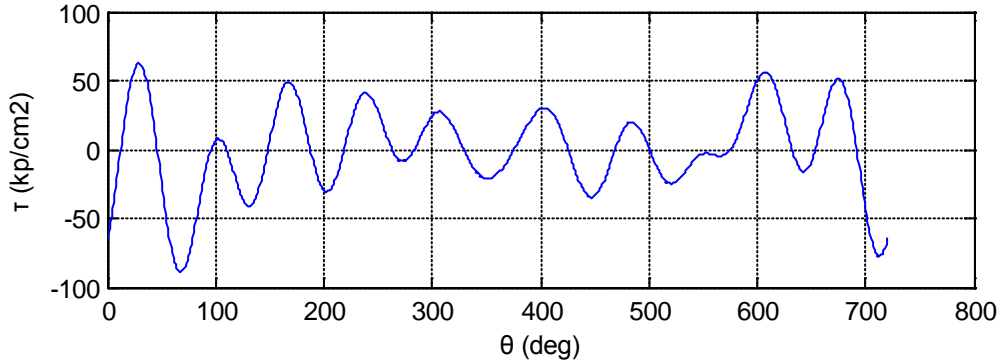
$\omega_i (\text{rad/sec})$	0	140.9	282.6	371.8	586.8	803.5	973.9	1081.8
-----------------------------	---	-------	-------	-------	-------	-------	-------	--------

0.1459	0.2812	0.3954	-0.4755	-0.4539	0.4243	-0.3536	-0.4388
-0.3997	-0.5711	-0.4205	0.0478	-0.2532	0.3155	-0.3536	-0.4109
0.5498	0.3077	-0.3687	0.5185	0.0595	0.1260	-0.3536	-0.3569
-0.5571	0.2538	0.4439	0.4186	0.3459	-0.0959	-0.3536	-0.2803
0.4198	-0.5694	0.3405	-0.1420	0.4793	-0.2931	-0.3536	-0.1858
-0.1734	0.3334	-0.4655	-0.5463	0.4008	-0.4153	-0.3536	-0.0796
0.0071	-0.0170	0.0367	0.0938	-0.4304	-0.4665	-0.3536	0.2822
-0.0002	0.0007	-0.0024	-0.0124	0.1761	0.4683	-0.3536	0.5587

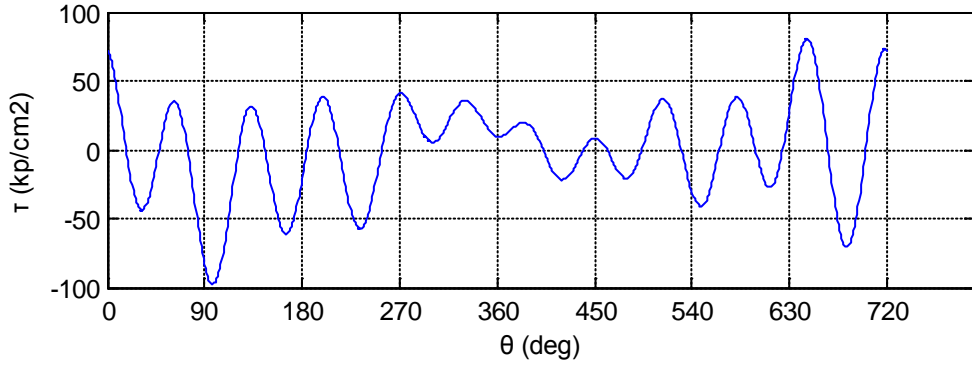
Η απόκριση του μοντέλου στην M.C.R. κατάσταση λειτουργίας και οι στρεπτικές τάσεις στον στροφαλοφόρο και στον ελικοφόρο φαίνονται στα παρακάτω σχήματα.



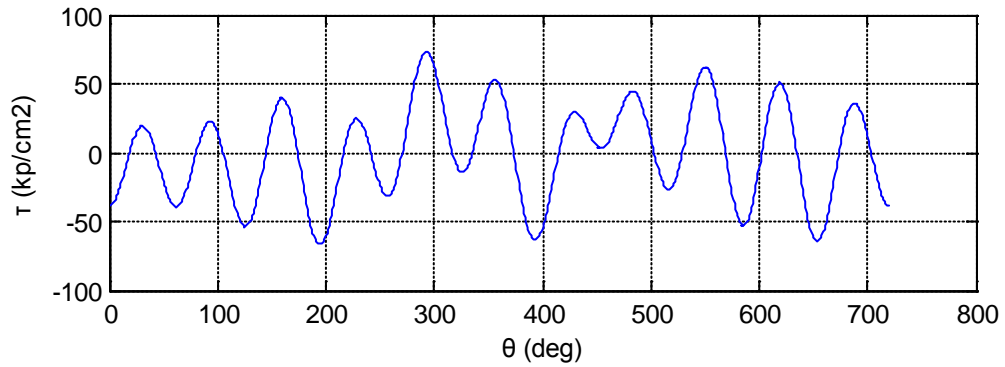
ΣΤΡΕΠΤΙΚΕΣ ΤΑΣΕΙΣ ΣΤΟΝ ΣΤΡΟΦΑΛΟΦΟΡΟ-ΤΜΗΜΑ 12. ΣΤΡΟΦΕΣ ΜΗΧΑΝΗΣ=1900 RPM



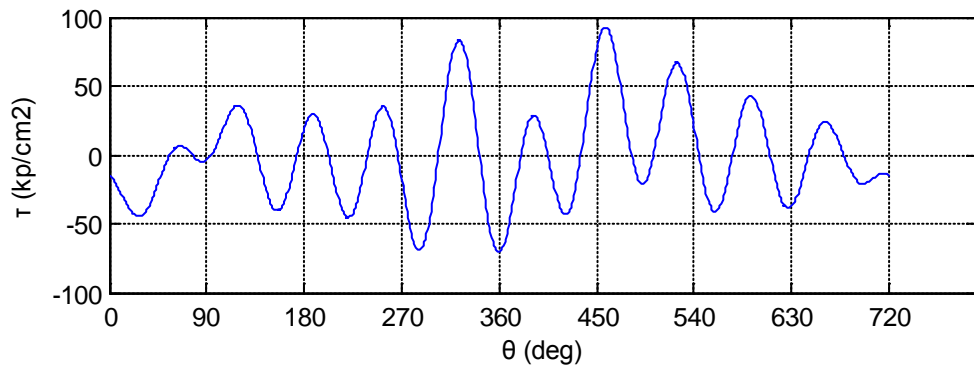
ΣΤΡΕΠΤΙΚΕΣ ΤΑΣΕΙΣ ΣΤΟΝ ΣΤΡΟΦΑΛΟΦΟΡΟ-ΤΜΗΜΑ 23. ΣΤΡΟΦΕΣ ΜΗΧΑΝΗΣ=1900 RPM



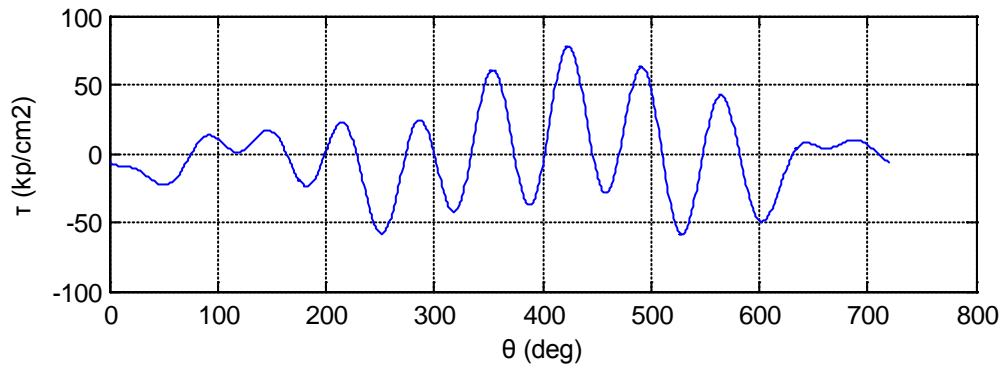
ΣΤΡΕΠΤΙΚΕΣ ΤΑΣΕΙΣ ΣΤΟΝ ΣΤΡΟΦΑΛΟΦΟΡΟ-ΤΜΗΜΑ 34. ΣΤΡΟΦΕΣ ΜΗΧΑΝΗΣ=1900 RPM



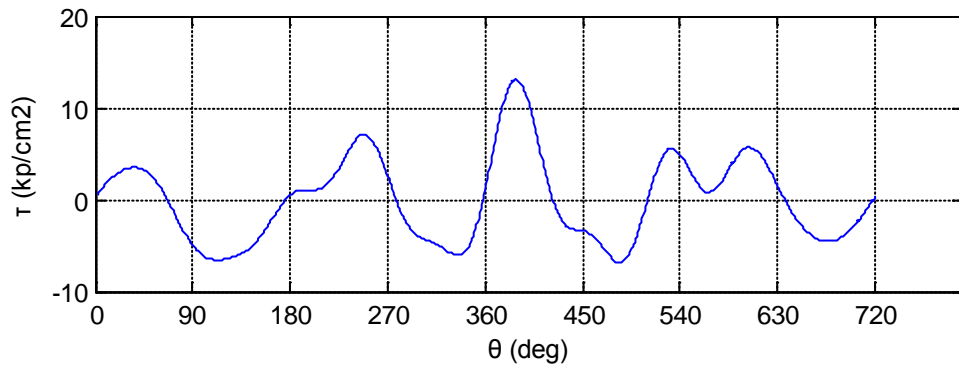
ΣΤΡΕΠΤΙΚΕΣ ΤΑΣΕΙΣ ΣΤΟΝ ΣΤΡΟΦΑΛΟΦΟΡΟ-ΤΜΗΜΑ 45. ΣΤΡΟΦΕΣ ΜΗΧΑΝΗΣ=1900 RPM

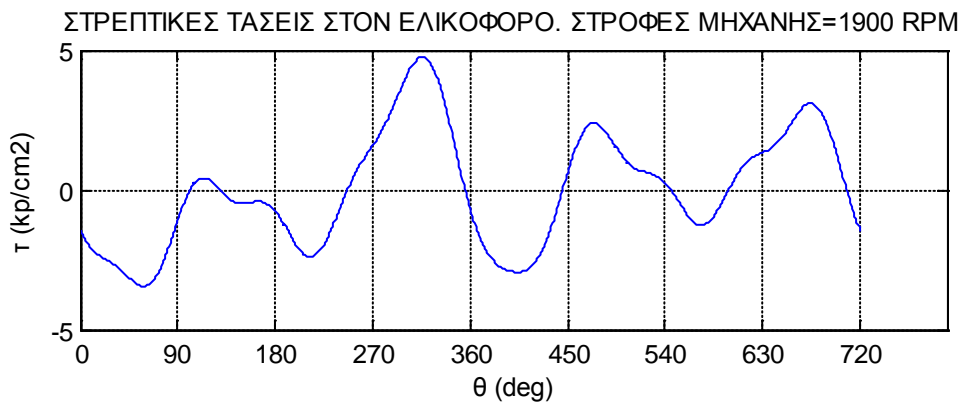


ΣΤΡΕΠΤΙΚΕΣ ΤΑΣΕΙΣ ΣΤΟΝ ΣΤΡΟΦΑΛΟΦΟΡΟ-ΤΜΗΜΑ 56. ΣΤΡΟΦΕΣ ΜΗΧΑΝΗΣ=1900 RPM

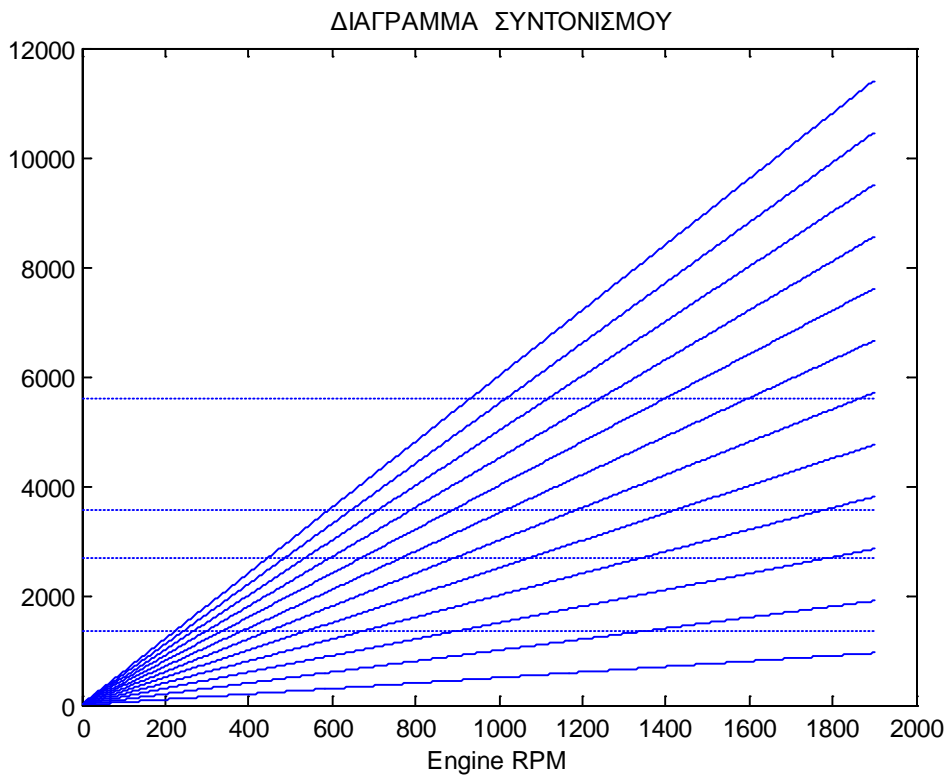


ΣΤΡΕΠΤΙΚΕΣ ΤΑΣΕΙΣ ΠΡΙΝ ΤΟΝ ΜΕΙΩΤΗΡΑ. ΣΤΡΟΦΕΣ ΜΗΧΑΝΗΣ=1900 RPM





Το διάγραμμα συντονισμού φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Οι ιδιοσυχνότητες πού έχουν σχεδιαστεί είναι οι (2-5).



Από αυτό το διάγραμμα βλέπουμε ότι δεν έχουμε κατάσταση συντονισμού με καμιά από τις σχεδιασμένες συχνότητες.

Οι επιτρεπόμενες στρεπτικές τάσεις κατά L.R.S. είναι:

Για τον στροφαλοφόρο:  $174.4 \text{ (KP/cm}^2\text{)}$

Για τον ελικοφόρο:  $483.91 \text{ (KP/cm}^2\text{)}$

Από τα παραπάνω συμπεραίνουμε, πώς η εγκατάσταση του πλοίου μας δεν έχει πρόβλημα στρεπτικών ταλαντώσεων σε αυτή την κατάσταση λειτουργίας. Φυσικά, για πλήρη μελέτη της εγκατάστασης, πρέπει να γίνει ανάλυση της στρεπτικής ταλαντωτικής συμπεριφοράς για στροφές λειτουργίας και εκτός της M.C.R. κάτι που απαιτεί δεδομένα τις στρεπτικές ροπές εξ' αερίων και εκ' παλινδρομούντων μαζών της μηχανής και σε άλλες στροφές λειτουργίας.

## **ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ**

### **A) ταλαντώσεις κατασκευών και μηχανολογικών εγκαταστάσεων**

1A) Σ.ΝΑΤΣΙΑΒΑΣ “Ταλαντώσεις μηχανικών συστημάτων”, Εκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη, 2001

2A) ΚΩΝ/ΝΟΣ – ΔΙΟΝΥΣΙΟΣ ΜΠΟΥΖΑΚΗΣ “Ταλαντώσεις και δυναμική μηχανών”, Εκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη, 1997

3A) ΚΥΡΙΑΚΟΥ Κ. ΑΝΑΣΤΑΣΙΑΔΗ “ Δυναμική των κατασκευών, τόμοι 1,2 ”, Εκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη, 1983

4A) Α. ΚΑΝΑΡΑΧΟΣ - Ι.ΑΝΤΩΝΙΑΔΗΣ “Δυναμική μηχανών” , Εκδόσεις Παπασωτηρίου, Αθήνα, 1998

### **B) ταλαντώσεις πλοίου και εγκαταστάσεων πρόωσης**

1B) Edward V. Lewis “Principles of Naval Architecture Volume II : Resistance, propulsion and Vibration”, Society of naval architecture and marine engineers publication, 1988

2B) Θ.Α. ΛΟΥΚΑΚΗ – Π.ΡΩΜΑΝΟΥ “ Ταλαντώσεις πλοίου”, Πανεπιστημιακές εκδόσεις Ε.Μ.Π., Αθήνα, 1985

3B) Κ.Α. ΜΠΕΛΙΜΠΑΣΑΚΗΣ “Ταλαντώσεις εγκαταστάσεων πρόωσης πλοίων – συμπληρωματικές σημειώσεις”, Αθήνα, 2004

4B) ΝΙΚΟΛΑΟΣ ΠΑΙΚΟΠΟΥΛΟΣ , ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ “Μελέτη στρεπτικών ταλαντώσεων αξονικού συστήματος πλοίου με δίχρονο κινητήρα”, Τεχνολογικό Εκπαιδευτικό ίδρυμα Αθηνών – Σχολή τεχνολογικών εφαρμογών – Τμήμα Ναυπηγικής , Υπεύθυνος καθηγητής : Γεράσιμος Θεοδοκάτος, Αθήνα, 2007

5B) Lloyd’s Register Technical Papers “Ship vibration and noise : some topical aspects” , 1<sup>st</sup> international ship noise and vibration conference , by J.S. Carlton and D.Vlasic, London 20 – 21 June 2005

6B) Germanischer Lloyd. Technology “ship vibration”, by Iwer Asmussen / Wolfgang Menzel / Holger Mumm, Hamburg, 2001

7B) American Bureau of Shipping “Guidance on ship vibration” , April 2006

8B) Gojko Magazinovic M.S.c , CADEA “Preliminary torsional vibration analysis of the propulsion system”

9B) Κωνσταντίνος Δ. Ρακόπουλος, “Μ.Ε.Κ. ΙΙ. εμβάθυνση στην κατασκευή και λειτουργία”.

Από την παραπάνω βιβλιογραφία, προτείνεται ανεπιφύλακτα η μελέτη της (1A) πού αποτελεί πολύ καλό σύγγραμμα για την εισαγωγή στις αρχικές έννοιες και τη θεωρία των ταλαντώσεων. Επίσης, η (1B) αποτελεί πολύ καλό σύγγραμμα, καθώς επίσης και οι (3B), (4B), (8B),(9B) πού βοήθησαν στην συγγραφή της παρούσας εργασίας.

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α: Επιτρεπόμενες στρεπτικές τάσεις κατά L.R.S.

- $d$  : ελάχιστη Διάμετρος άξονα (mm)
- $n$  : Ταχύτητα περιστροφής του κινητήρα (R.P.M.)
- $n_{100}$  : Μέγιστη ταχύτητα συνεχούς λειτουργίας του κινητήρα
- $n_{κρ.}$  : Κρίσιμη ταχύτητα περιστροφής (ταχύτητα συντονισμού)
- $r = \frac{n}{n_{100}}$
- $r_{κρ.} = \frac{n_{κρ.}}{n_{100}}$

### **1) Στροφαλοφόρος και ελικοφόρος άξονας**

- Μέγιστη στρεπτική τάση για συνεχή λειτουργία όταν  
 $r_{κρ.} \leq 1$

$$\Delta T_{S1} = \|(31 - 0.022 * d) * (1.6 - r^2)\| \text{ (N/mm}^2\text{)}$$

$$\|(315 - 0.22 * d) * (1.6 - r^2)\| \text{ (KP/cm}^2\text{)}$$



- Μέγιστη στρεπτική τάση για συνεχή λειτουργία όταν  $r_{κρ.} > 1$  και  $r \leq 1.16$

$$\Delta T_{S2} = \|(18.88 - 0.013 * d) * (1 + 5 * \sqrt{r - 1})\| \text{ (N/mm}^2\text{)}$$

$$\|(190 - 0.13 * d) * (1 + 5 * \sqrt{r - 1})\| \text{ (KP/cm}^2\text{)}$$

- Ανώτατο επιτρεπτό όριο τάσης όταν  $r_{κρ.} \leq 1$

$$\Delta T_{S3} = 2 * \Delta T_{S1}$$

Σε κανένα σημείο του πεδίου στροφών δεν επιτρέπεται υπέρβαση της  $\Delta T_{S3}$ .

## 2) Ενδιάμεσος και ωστικός άξονας

- Μέγιστη στρεπτική τάση συνεχή λειτουργία όταν  $r_{κρ.} \leq 1$

$$\Delta T_{S1} = \|(52.5 - 0.022 * d) * (1.44 - r^2)\| \text{ (N/mm}^2\text{)}$$

$$\|(535 - 0.22 * d) * (1.44 - r^2)\| \text{ (KP/cm}^2\text{)}$$

- Μέγιστη στρεπτική τάση συνεχή λειτουργία όταν  $r_{κρ.} \geq 1$  και  $r \leq 1.16$

$$\Delta T_{S2} = \|(23 - 0.0095 * d) * (1 + 5 * \sqrt{r - 1})\| \text{ (N/mm}^2\text{)}$$

$$\|(235 - 0.097 * d) * (1 + 5 * \sqrt{r - 1})\| \text{ (KP/cm}^2\text{)}$$

- Ανώτατο επιτρεπτό όριο τάσης όταν  $r_{κρ.} \leq 1$

$$\Delta T_{S3} = 1.7 * \Delta T_{S1}$$

Σε κανένα σημείο του πεδίου στροφών δεν επιτρέπεται υπέρβαση της  $\Delta T_{S3}$ .

### 3) Απαγορευμένες περιοχές στροφών

Δεν επιτρέπεται συνεχής λειτουργία σε περιοχή στροφών στη οποία  $\Delta T_S > \Delta T_{S1}$ . Το εύρος της περιοχής αυτής ορίζεται από τη σχέση :

$$\frac{1.6 * n_{κρ.}}{18 - r_{κρ.}} \leq n \leq \frac{(18 - r_{κρ.}) * n_{κρ.}}{16}$$

Επιβάλεται “γρήγορο πέρασμα” από αυτή την περιοχή στροφών. Ενημερωτικές πινακίδες τοποθετούνται κοντά στο χειριστήριο του κινητήρα.

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β: ΣΕΡΕΣ FOURIER

Μια συνάρτηση  $f(x)$  ονομάζεται περιοδική με περίοδο  $T$ , όταν :  
 $f(x)=f(x+T)$ , οπότε θα ισχύει και η σχέση :  $f(x)=f(x+n*T)$  όπου  $n=1,2,3...$   
Ο μικρότερος αριθμός  $T$  για τον οποίον ισχύει η σχέση ονομάζεται θεμελιώδης περίοδος. Οι πιο γνωστές περιπτώσεις περιοδικών συναρτήσεων είναι φυσικά οι  $\sin(x)$  και  $\cos(x)$  για τις οποίες όπως είναι γνωστό ισχύει :  $\sin(x)=\sin(x+2*\pi)$ ,  $\cos(x)=\cos(x+2*\pi)$ , δηλαδή έχουν θεμελιώδη περίοδο  $2\pi$ .

Δεδομένου τώρα ότι κάθε γραμμικός συνδυασμός περιοδικών συναρτήσεων είναι πάλι περιοδική συνάρτηση με την ίδια περίοδο, τότε το άθροισμα :

$$f_n(x) = a_0 + \sum_{n=1}^N \left\{ a_n * \cos\left(\frac{2 * \pi * n * x}{T}\right) + b_n * \sin\left(\frac{2 * \pi * n * x}{T}\right) \right\}$$

Θα είναι επίσης μια περιοδική συνάρτηση περιόδου  $T$ , οσοδήποτε μεγάλο και αν είναι το  $N$ . Και αυτό αναμένεται να ισχύει και όταν  $N \rightarrow +\infty$  αρκεί η αντίστοιχη απειροσειρά να συγκλίνει. Δηλαδή, η συνάρτηση  $f(x)$  που ορίζεται από τη σειρά :

$$f_n(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} \left\{ a_n * \cos\left(\frac{2 * \pi * n * x}{T}\right) + b_n * \sin\left(\frac{2 * \pi * n * x}{T}\right) \right\}$$

Θα είναι περιοδική με περίοδο  $T$ .

Στον Fourier οφείλεται και το αντίστροφο: ότι δηλαδή, κάθε περιοδική συνάρτηση μπορεί να αναπτυχθεί σε μια σειρά της παραπάνω μορφής γνωστή πλέον ως σειρά Fourier με συντελεστές :

$$a_n = \frac{2}{T} * \int_0^T \left( f(x) * \cos \left( \frac{2 * \pi * n * x}{T} \right) \right) dx$$

$$b_n = \frac{2}{T} * \int_0^T \left( f(x) * \sin \left( \frac{2 * \pi * n * x}{T} \right) \right) dx$$

$$a_0 = \frac{1}{T} * \int_0^T (f(x)) dx$$

Οι οποίοι (λόγο της περιοδικότητας των ολοκληρούμενων συναρτήσεων) ισχύουν και αν τα όρια ολοκλήρωσης μετακινηθούν αρκεί το ολοκληρούμενο εύρος να καλύπτει μια περίοδο. Μια άλλη μορφή της σειράς Fourier είναι η ακόλουθη :

$$f_n(x) = a_0 + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left\{ c_n * e^{\frac{2 * \pi * n * x * i}{T}} \right\} \text{ (μγαδική σειρά Fourier)}$$

Με συντελεστή που υπολογίζονται από τον τύπο :

$$c_n = \frac{1}{2 * \pi} * \int_{-T/2}^{T/2} (f(x) * e^{(-2 * \pi * n * x * i)/T}) dx$$

Στη πράξη, η παραπάνω θεωρία μας λέει πώς κάθε περιοδική συνάρτηση “κρύβει” αρμονικούς όρους και συχνότητες ακέραια πολλαπλάσια της θεμελιώδους και μπορεί να αναλυθεί σε αυτούς και όσο περισσότεροι οι όροι που υπολογίζονται με τόσο μεγαλύτερη ακρίβεια προσεγγίζεται η αρχική συνάρτηση.

Ως προς της εφαρμογές της ανάλυσης Fourier στην θεωρία ταλαντώσεων, η (περιοδική) διέγερση μπορεί να αναλυθεί σε άθροισμα αρμονικών και βάσει της αρχής της επαλληλίας να προκύψει η απόκριση είτε μιλάμε για έναν ή για περισσότερους βαθμούς ελευθερίας. Έτσι στη γλώσσα του μηχανικού η ανάλυση Fourier μας λέει εκτός της βασικής συχνότητας  $\omega$ , το δεδομένο σήμα

(διέγερση) περιέχει και ακέραια πολλαπλάσια της ( $n\omega$ ) και ότι ο βαθμός συμμετοχής των ανώτερων αρμονικών καθορίζεται από το μέγεθος των αντίστοιχων συντελεστών  $a_n$ ,  $b_n$ . Επόμενος, η παραπάνω περιγραφείσα θεωρία, μας δίνει τα εργαλεία που χρειαζόμαστε για να επιλύσουμε οποιοδήποτε πρόβλημα ταλαντώσεων με διέγερση τυχών περιοδικό σήμα.

Με βάση την παραπάνω ανάλυση, υποθέτοντας πώς η απόκριση του ταλαντευόμενου συστήματος είναι της μορφής :

$$x(t) = \sum_{n=1}^{+\infty} \{x(\omega) * e^{\omega * t * i}\}$$

η απόκριση θα δίνεται από την εξίσωση :

$$x(t) = (-\omega^2 * M + C * i + K)^{-1} * F(t)$$

$$x(\omega) = (-\omega^2 * M + C * i + K)^{-1} * F(\omega)$$

$$F(t) = \sum_{n=1}^{+\infty} \{(F(\omega) * e^{\omega * t * i})\}$$

Όπου  $x(\omega)$ ,  $F(\omega)$  τα αρμονικά πλάτη τής απόκρισης και τής διέγερσης αντίστοιχα. Με βάση το τελευταίο αποτέλεσμα, μπορούμε να κάνουμε τις ακόλουθες χρήσιμες παρατηρήσεις. Όπως βλέπουμε, στην παραπάνω εξίσωση εμφανίζονται τρεις ποσότητες: η διέγερση  $F$ , τα χαρακτηριστικά του συστήματος, και η απόκριση  $x$  και υπάρχει μια συνδετική σχέση μεταξύ αυτών. Ενας αριθμός από προβλήματα που εμφανίζονται στην πράξη, διατυπώνονται γνωρίζοντας πλήρως ή σε μερική έκταση κάποιες από τις ανωτέρω ποσότητες και αναζητώντας τις υπόλοιπες. Ειδικότερα, στη θέση αυτή διακρίνουμε τα ακόλουθα προβλήματα :

(α) Το ευθύ πρόβλημα: Δεδομένης της διεγέρσεως και των χαρακτηριστικών του συστήματος να βρεθεί η απόκριση αυτού. Το πρόβλημα αυτό είναι γνωστό και ως ανάλυση του συστήματος.

(β) Το αντίστροφο πρόβλημα: Διδομένης της αποκρίσεως και των χαρακτηριστικών του συστήματος να βρεθεί η διέγερση που την προξενεί. Προβλήματα που σχετίζονται με όργανα μετρήσεων και βαθμονόμηση εντάσσονται σε αυτή την κατηγορία.

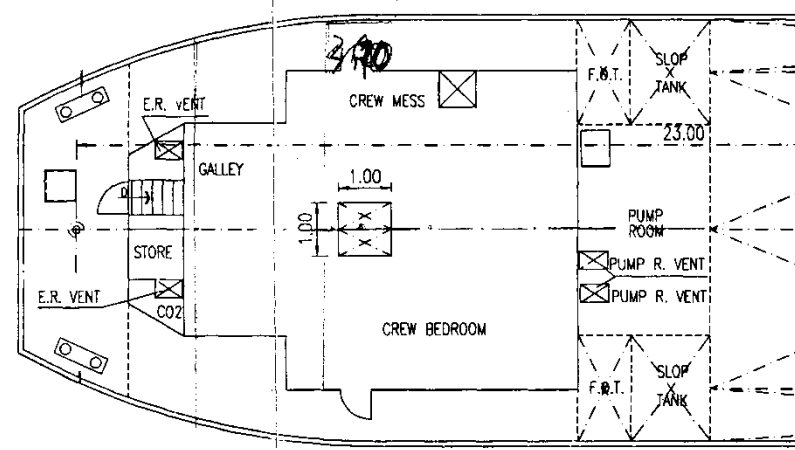
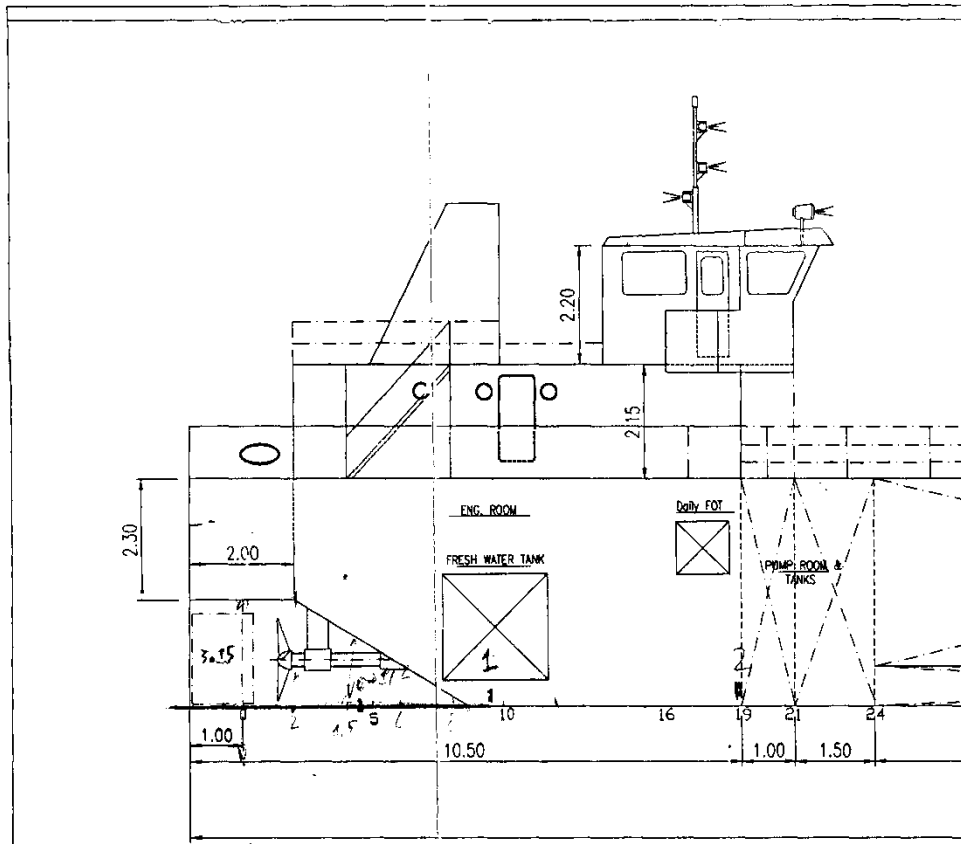
(γ) Το πρόβλημα σύνθεσης ή προσδιορισμού των χαρακτηριστικών του συστήματος (system identification): Δεδομένης της αποκρίσεως και της διεγέρσεως που την προξενεί σε κάποιο σύστημα, να βρεθούν τα χαρακτηριστικά του. Προβλήματα βέλτιστης σχεδίασης συστημάτων εντάσσονται σε αυτή τη κατηγορία.

Το μεγαλύτερο πρόβλημα για την εφαρμογή της μεθόδου είναι ότι ο αναλυτικός προσδιορισμός του μετασχηματισμού Fourier και των συντελεστών του είναι στις περισσότερες περιπτώσεις συναρτήσεων δύσκολος. Επιπλέον, στις περισσότερες περιπτώσεις της πράξης δεν είναι γνωστός ο παλμός σαν αναλυτική έκφραση αλλά σαν πλήθος σημείων που πάρθηκαν από μετρήσεις. Για τους λόγους αυτούς, έχουν αναπτυχθεί αριθμητικές μέθοδοι για τον υπολογισμό του μετασχηματισμού Fourier. Οι μεθοδολογίες αυτές αναπτύχθηκαν με αρχή την επινόηση του αλγόριθμου Cooley-Tukey και ραγδαία ανάπτυξη γνώρισαν με την παράλληλη ανάπτυξη των Η/Υ.

DECK

1.00

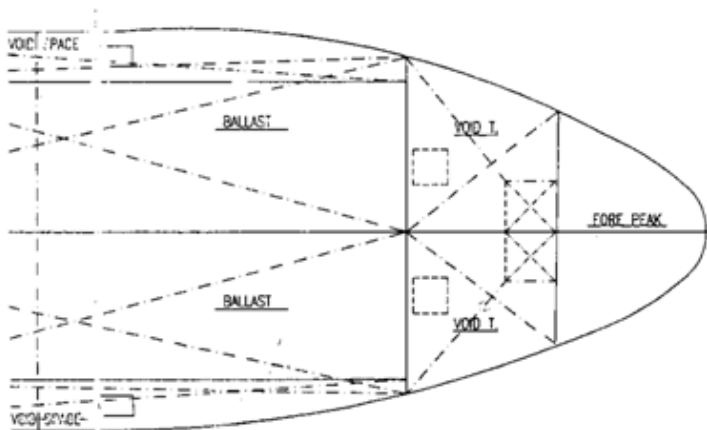
BOTTOM



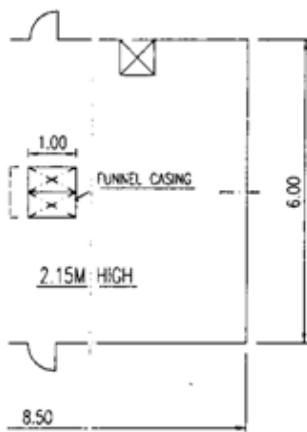
WATER TANK PS 4 CUM, cg from Base Line= 1.5.7

DAILY F.O.T. PS 0.5 CUM, CG from Base Line =

4.65



400X600



8.50

**GENERAL ARRANGEMENT**

Ship Type: CHEMICAL TANKER For Liquids with Flash Point > 60 C

**PRINCIPAL DIMENSIONS**

L.O.A	49 . 00 M.
L.B.P	47 . 00 M.
B.	8 . 00 M.
D. TO MAIN DECK	4 . 30 M.
T. ABT.	3 . 50 M.

DATE	REVISION
CONSULT ENGINEERING OFFICE	
DR. ISHAK SHEHATA	
PORT SAID , EGYPT	
PROJECT TITLE	























