

**ΧΡΗΣΤΟΣ Κ. ΦΡΑΓΚΟΣ**

*Μαθηματικός, M.Sc, Ph.D. (Statistics, London School of Economics)*



# **ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΩΝ**

**ΓΙΑ ΤΙΣ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΕΣ ΚΑΙ ΚΟΙΝΩΝΙΚΕΣ ΕΠΙΣΤΗΜΕΣ**



**ΕΚΔΟΣΕΙΣ Α. ΣΤΑΜΟΥΛΗΣ  
ΑΘΗΝΑ**

**ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ  
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΩΝ**

519.5  
ΦΡΑ

ΕΥΔΟΞΟΣ

2013

Τ.Ε.Ι. ΑΘΗΝΑΣ

ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ

Αρ. εισ. 83766

**ΧΡΗΣΤΟΣ Κ. ΦΡΑΓΚΟΣ**

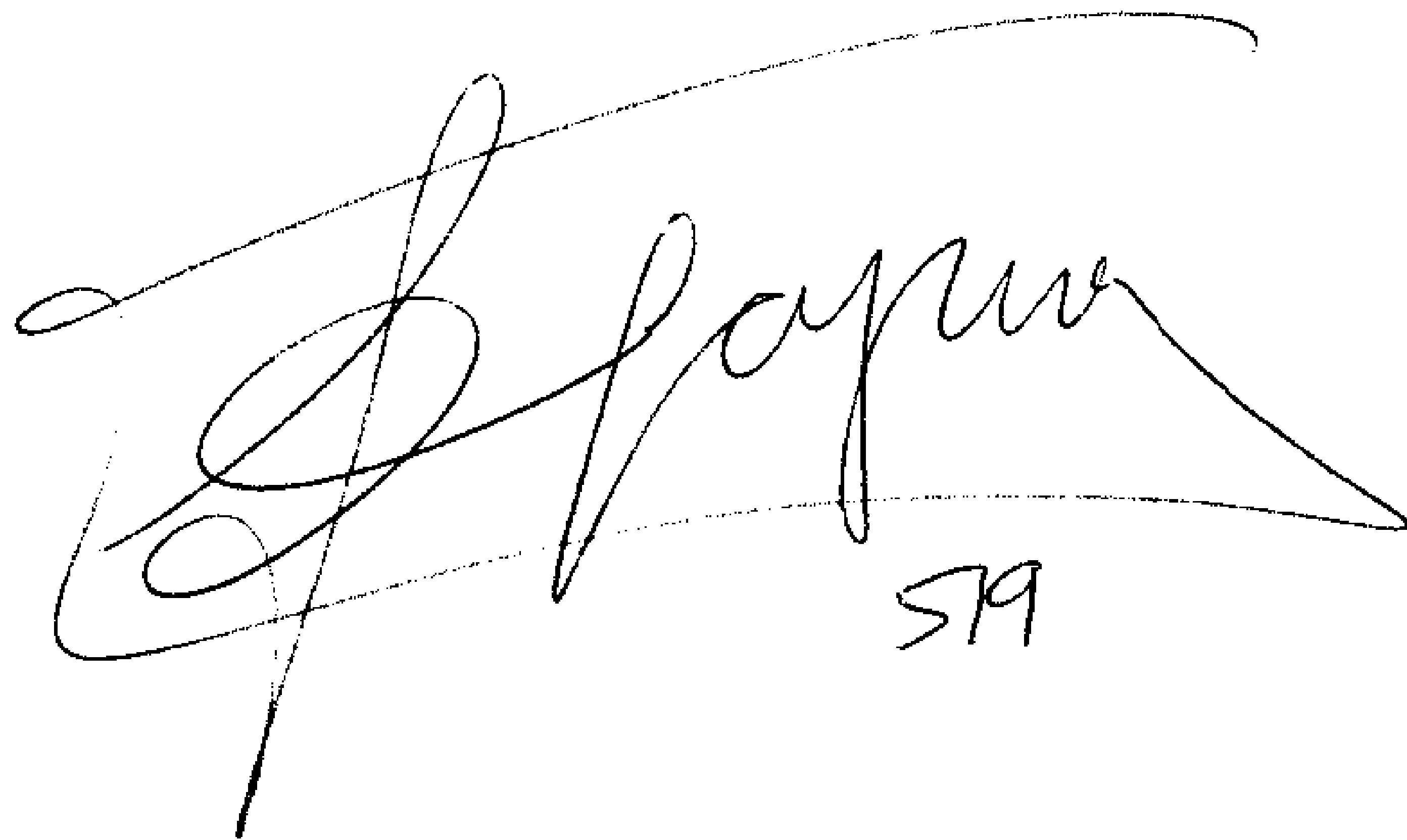
*Μαθηματικός, M.Sc., Ph.D. (Statistics, London School of Economics)*

**ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ  
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΩΝ  
ΓΙΑ ΤΙΣ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΕΣ  
ΚΑΙ ΚΟΙΝΩΝΙΚΕΣ ΕΠΙΣΤΗΜΕΣ**



**ΕΚΔΟΣΕΙΣ Α. ΣΤΑΜΟΥΛΗΣ  
ΑΘΗΝΑ 1998**

Κάθε γνήσιο αντίτυπο φέρει την υπογραφή του συγγραφέα.



**Σελιδοποίηση - Φιλμ - Μοντάζ:**  
Ατελιέ ΚΥΤΤΑΡΟ - τηλ. 38 41 823

**Σχεδιασμός Εξωφύλλου:**  
Αλέξανδρος Σκούρος - τηλ. 33 04 100

Απαγορεύεται η ολική ή μερική αναπαραγωγή του παρόντος με οποιονδήποτε τρόπο χωρίς την έγγραφη άδεια του συγγραφέα και του εκδότη.

Copyright © 1998

**ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΑΘΑΝ. ΣΤΑΜΟΥΛΗΣ**

---

**ΓΡΑΦΕΙΑ-ΚΕΝΤΡΙΚΗ ΠΩΛΗΣΗ:**

ΑΒΕΡΩΦ 2, Τ.Κ. 104 33, ΤΗΛ.: 52.38.305 (4 γραμμές), FAX: 52.38.959

**ΒΙΒΛΙΟΠΩΛΕΙΟ:**

ΑΒΕΡΩΦ 2, Τ.Κ. 104 33, ΤΗΛ.: 52.38.305 (4 γραμμές), FAX: 52.38.959

*Το βιβλίο αυτό αφιερώνεται στην  
Τζένη, Μαρία, Κώστα,  
και στη φιλομαθή νεολαία.*

*«Πρός τε γάρ οικονομίαν και προς πολιτείαν και προς τας τέχνας πάσας έν ουδέν ούτω δύναμιν έχει παιδειον μάθημα μεγάλην, ως η περι τούς αριθμούς διατριβή.*

*Τό δέ μέγιστον, ότι τόν νυστάζοντα και αμαθή φύσει εγείρει και ευμαθή και μνήμονα και αγχίνουν απεργάζεται, παρά τήν αυτού φύσιν επιδιδόντα θεία τέχνη.»*

*«Γιατί αληθινά, και ό,τι αφορά την οικονομία, το πολίτευμα και όλες τις τέχνες, κανένα από τα μαθήματα που διδάσκονται τα παιδιά, δεν έχει τόσο μεγάλη αξία όσο η μελέτη των αριθμών. Και το σημαντικότερο επίτευγμά της είναι ότι και το νυσταλέο και αυτόν που δεν είναι φιλομαθής από τη φύση του, τον ξυπνά και τον κάνει να μαθαίνει εύκολα και να αποκτά μνήμη και αγχίνοια ώστε να σημειώνει πρόοδο αντίθετα από τη φύση του χάρη σε κάποια θεϊκή παιδαγωγική μέθοδο.»*

*Πλάτωνος Νόμοι, Βιβλίο Ε' 747β.*

---

# ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

## (Contents)

---

Λίγα Λόγια για τον Συγγραφέα (a few words about the author).....	20
ΠΡΟΛΟΓΟΣ (preface).....	21

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

#### ΕΠΙΣΚΟΠΗΣΗ ΤΗΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ (overview of statistics)

---

1.1. Ορισμός της Στατιστικής Επιστήμης .....	25
1.2. Ιστορία της Στατιστικής.....	26
1.3. Η επίδραση των Ηλεκτρονικών υπολογιστών στην Εξαγωγή Στατιστικών Συμπερασμάτων.....	26
1.4. Ο Ρόλος της Στατιστικής στην Ανάπτυξη των άλλων Επιστημών .....	27
1.5. Έννοια της Στατιστικής Μεταβλητής και Διακρίσεις αυτής .....	29
1.6. Ασκήσεις Κεφαλαίου 1 .....	31
1.7. Λύσεις Ασκήσεων Κεφαλαίου 1.....	32

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

#### ΣΥΛΛΟΓΗ ΚΑΙ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΩΝ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΩΝ (Selection and presentation of data)

---

2.1. Κατανομές Συχνοτήτων-Διαγράμματα .....	33
2.2. Κατανομή Συχνοτήτων .....	34
2.3. Πίνακας Συχνοτήτων για Διακριτές Ποσοτικές Παρατηρήσεις .....	34

2.4. Πίνακας Συχνοτήτων για Συνεχείς Ποσοτικές Παρατηρήσεις .....	35
2.5. Παράσταση Κορμού και Φύλλων (stem-and-leaf display).....	44
2.6. Γραφικές Απεικονίσεις Δεδομένων.....	47
2.6.1. Ραβδωτό Διάγραμμα για την Παρουσίαση μη Ταξινομημένων Ασυνεχών (Διακριτών) Δεδομένων.....	48
2.6.2. Ιστόγραμμα και Πολύγωνο Συχνοτήτων για την Παρουσίαση Ταξινομημένων Ποσοτικών Παρατηρήσεων .....	49
2.6.3. Πολύγωνο Σχετικών Συχνοτήτων για την Παρουσίαση Ταξινομημένων Δεδομένων .....	54
2.6.4. Διαγράμματα Αθροιστικών Συχνοτήτων.....	56
2.6.5. Κυκλικά Διαγράμματα(Pie Charts) .....	60
2.6.6. Χρονοδιαγράμματα.....	62
2.6.7. Πικτογράμματα (ειδογράμματα) .....	64
2.7. Ασκήσεις Κεφαλαίου 2 .....	67
2.8. Λύσεις Ασκήσεων Κεφαλαίου 2.....	73

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

## ΣΥΝΟΨΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΜΕ ΤΗ ΒΟΗΘΕΙΑ ΗΕΡΙΓΡΑΦΙΚΩΝ ΜΕΤΡΩΝ (Descriptive Statistics)

3.1. Μέτρα Θέσης .....	85
3.1.1. Μέσος .....	85
3.1.2. Διάμεσος .....	91
3.1.3. Ιδιότητες του διαμέσου .....	92
3.1.4. Υπολογισμός του Διαμέσου από Πίνακα Συχνοτήτων .....	95
3.1.5. Τεταρτημόρια, Δεκατημόρια και Εκατοστιαία Σημεία.....	96
3.1.6. Υπολογισμός Τεταρτημορίων, Δεκατημορίων και Εκατοστιαίων Σημείων από Διακριτές Αταξινόμητες Παρατηρήσεις .....	97
3.1.7. Υπολογισμός του Μέσου, του Διαμέσου, των Τεταρτημορίων, Δεκατημορίων και Εκατοστιαίων Σημείων από Πίνακα Συχνοτήτων Ταξινομημένων Παρατηρήσεων .....	99
3.1.8. Επικρατούσα Τιμή (Mode).....	101



3.1.9. Χρήση του Διαγράμματος Αθροιστικών Συχνοτήτων για Εύρεση των Τεταρτημορίων.....	102
3.1.10. Γεωμετρικός και Αρμονικός Μέσος.....	104
3.1.11. Μέσος εύρους Δεδομένων (Midrange).....	106
3.1.12. Σύγκριση των Μέτρων Θέσης.....	107
3.2. Μέτρα Διασποράς.....	108
3.2.1. Εύρος Δεδομένων (Range).....	108
3.2.2. Μέση Απόκλιση.....	108
3.2.3. Διατεταρτημοριακό εύρος.....	110
3.2.4. Δειγματική Τυπική απόκλιση.....	110
3.2.5. Διακύμανση Δείγματος.....	117
3.2.6. Διακύμανση και Τυπική Απόκλιση για Πληθυσμό.....	121
3.2.7. Ασυμμετρικές Κατανομές.....	122
3.2.8. Συντελεστής Μεταβλητικότητας.....	125
3.2.9. Υπολογισμός του Μέσου και της Τυπικής Απόκλισης με Κωδικοποίηση των Δεδομένων.....	127
3.2.10. Τυποποιημένες Παρατηρήσεις (Standardized Observations).....	130
3.2.11. Δειγματικός συντελεστής Λοξότητας (Pearson Coefficient of Skewness) και Κιβωτιοδιάγραμμα (box-plot).....	132
3.2.12. Θεώρημα Chebyshev.....	134
3.2.13. Ιδιότητες της Διακύμανσης.....	136
3.2.14. Υπολογισμός Στατιστικών Μέτρων Θέσης και Διασποράς με τη βοήθεια του Υπολογιστή Τσέπης.....	137
3.3. Ασκήσεις Κεφαλαίου 3.....	142
3.4. Λύσεις των Ασκήσεων του Κεφαλαίου 3.....	148

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

### ΡΟΠΕΣ, ΜΕΤΡΑ ΑΣΥΜΜΕΤΡΙΑΣ-ΚΥΡΤΩΣΗΣ (Moments)

4.1. Εισαγωγή.....	161
4.2. Δειγματικές Ροπές.....	161
4.3. Μέτρα Ασυμμετρίας και Κύρτωσης.....	163

---

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5**  
**ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΘΕΩΡΙΑΣ ΣΥΝΟΛΩΝ**  
**(Sets)**

---

5.1. Εισαγωγή.....	167
5.2. Βασικοί Ορισμοί και Παραδείγματα.....	167
5.2.1. Αρχή Έγκλεισης-Απόκλεισης (Inclusion-Exclusion Principle) .....	169
5.2.2. Ιδιότητες Τομής και Ένωσης Συνόλων.....	170
5.2.3. Νόμοι του De Morgan.....	170
5.2.4. Αρχή της Έγκλεισης-Απόκλεισης για Ξένα Σύνολα.....	170
5.3. Ασκήσεις Κεφαλαίου 5 .....	174

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6**  
**ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΙ-ΜΕΤΑΘΕΣΕΙΣ-ΔΙΩΝΥΜΙΚΟ ΘΕΩΡΗΜΑ**  
**(Combinations-Permutations-Binomial Theorem)**

---

6.1. Θεμελιώδης Αρχή του Γινομένου (Multiplication Principle).....	177
6.2. Μεταθέσεις (Permutations).....	179
6.3. Συνδυασμοί (Combinations).....	182
6.4. Διωνυμικό Θεώρημα .....	187
6.5. Ασκήσεις Κεφαλαίου 6 .....	190

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7**  
**Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑΣ**  
**ΒΑΣΙΚΟΙ ΟΡΙΣΜΟΙ ΚΑΙ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ**  
**(Basic Probability Concepts)**

---

7.1. Εισαγωγή.....	197
7.2. Στοιχειώδης Ορισμός της Εννοίας της Πιθανότητας .....	200
7.3. Μαθηματικός Ορισμός της Πιθανότητας .....	201
7.4. Περίπτωση Ισοπίθανων Ενδεχομένων .....	202
7.5. Νόμοι Πιθανοτήτων.....	203
7.6. Υπό Συνθήκη Πιθανότητα (ορισμοί - ιδιότητες - παραδείγματα).....	212
7.7. Ανεξαρτησία Ενδεχομένων .....	219

7.8. Θεώρημα Ολικών Πιθανοτήτων (Total Probability Rule).....	220
7.9. Νόμος του Bayes .....	223
7.10. Πιθανότητες Υπεροχών σε Στοιχήματα (Probabilities and odds) .....	227
7.11. Ασκήσεις Κεφαλαίου 7 .....	229

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8

### ΜΟΝΟΔΙΑΣΤΑΤΕΣ ΤΥΧΑΙΕΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ (Random Variables)

8.1. Εισαγωγή.....	233
8.2. Ορισμός Διακριτής Τυχαίας Μεταβλητής.....	233
8.3. Ιδιότητες της Διακριτής Μεταβλητής $X$ .....	234
8.4. Αθροιστική Συνάρτηση Κατανομής της Διακριτής Τυχαίας Μεταβλητής $X$ .....	240
8.5. Μέση Τιμή μιας Διακριτής Τυχαίας Μεταβλητής $X$ (Expected Value).....	246
8.6. Διακύμανση και Τυπική Απόκλιση μιας Διακριτής Τυχαίας Μεταβλητής.....	248
8.7. Ιδιότητες της Μέσης Τιμής και Διακύμανσης.....	251
8.8. Ασκήσεις Κεφαλαίου 8.....	253

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9

### ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑΣ ΟΡΙΣΜΕΝΩΝ ΔΙΑΚΡΙΤΩΝ ΤΥΧΑΙΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ (Some probability distributions of discrete random variables)

9.1. Εισαγωγή.....	259
9.2. Η Διωνυμική Κατανομή (Binomial Distribution) .....	259
9.3. Μέση Τιμή και Διακύμανση της Διωνυμικής Κατανομής .....	261
9.4. Η Υπεργεωμετρική Κατανομή (Hypergeometric Distribution).....	266
9.5. Μέση Τιμή και Διακύμανση της Υπεργεωμετρικής Κατανομής.....	267
9.6. Παραδείγματα Υπεργεωμετρικής Κατανομής .....	268
9.7. Διωνυμική Προσέγγιση της Υπεργεωμετρικής Κατανομής.....	270

9.8. Κατανομή Poisson (Poisson Distribution) .....	272
9.9. Μέση Τιμή και Διακύμανση της Κατανομής Poisson .....	273
9.10. Παραδείγματα Κατανομής Poisson .....	274
9.11. Ασκήσεις Κεφαλαίου 9 .....	278

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 10

### ΣΥΝΕΧΕΙΣ ΤΥΧΑΙΕΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ

#### (Some probability distributions of continuous random variables)

10.1. Συνεχείς Τυχαίες Μεταβλητές.....	283
10.2. Μέση Τιμή και Διακύμανση μιας Συνεχούς Τυχαίας Μεταβλητής .....	288
10.3. Η Κανονική Κατανομή (The Normal Distribution) .....	290
10.4. Η Τυποποιημένη Κανονική Κατανομή (The Standard Normal Distribution).....	293
10.5. Εκατοστιαία Σημεία της Τυποποιημένης Κανονικής Κατανομής.....	298
10.6. Παραδείγματα Εφαρμογών της Κανονικής Κατανομής.....	300
10.7. Συμβολισμός $Z_\alpha$ .....	304
10.8. Προσέγγιση της Διωνυμικής με την Κανονική Κατανομή (Normal Approximation to the Binomial Distribution).....	306
10.9. Η Κατανομή Student-t.....	310
10.10. Ασκήσεις Κεφαλαίου 10 .....	313

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 11

### ΔΕΙΓΜΑΤΙΚΕΣ ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ

#### (sampling distributions)

11.1. Εισαγωγή.....	315
11.2. Ορισμοί πληθυσμού και τυχαίου δείγματος.....	315
11.3. Εκλογή τυχαίου δείγματος.....	316
11.4. Σκοπός της δειγματοληψίας.....	317
11.5. Η δειγματική κατανομή του μέσου όταν η τυπική απόκλιση είναι γνωστή.....	318
11.6. Υπολογισμός της μέσης τιμής και της διακύμανσης του μέσου $\bar{X}$ .....	323

11.7. Απόδειξη των αποτελεσμάτων για τον μέσο και την διακύμανση της τυχαίας μεταβλητής $\bar{X}$ .....	324
11.8. Κατανομή δειγματοληψίας του μέσου $\bar{X}$ όταν ο πληθυσμός είναι κανονικός.....	327
11.9. Κατανομή δειγματοληψίας του μέσου $\bar{X}$ όταν ο πληθυσμός ακολουθεί μία γενική κατανομή (όχι απαραίτητα την κανονική) .....	329
11.10. Κατανομή δειγματοληψίας του μέσου $\bar{X}$ όταν η τυπική απόκλιση είναι άγνωστη .....	338
11.11. Κατανομή δειγματοληψίας της αναλογίας (sampling distribution of the proportion) .....	340
11.12. Κατανομή δειγματοληψίας της διαφοράς μεταξύ δύο αναλογιών.....	342
11.13. Η κατανομή δειγματοληψίας της διακύμανσης. Οι κατανομές $\chi^2$ (Chi-square) και F .....	348
11.14. Μέση τιμή, διακύμανση και η κανονική προσέγγιση της $\chi^2$ κατανομής.....	351
11.15. Η κατανομή F.....	352

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 12

### ΕΚΤΙΜΗΤΙΚΗ (Statistical inference)

12.1. Εισαγωγή .....	355
12.2. Κριτήρια που πρέπει να ικανοποιούν οι καλοί εκτιμητές.....	356
12.3. Μέθοδοι κατασκευής εκτιμητών .....	362
12.4. Διάστημα εμπιστοσύνης για τον μέσο $\mu$ , όταν η διακύμανση είναι γνωστή.....	367
12.5. Ορισμός συντελεστού εμπιστοσύνης και ερμηνεία του διαστήματος εμπιστοσύνης.....	369
12.6. Διάστημα εμπιστοσύνης για τον μέσο $\mu$ όταν η διακύμανση είναι άγνωστη .....	371
12.7. Υπολογισμός των κριτικών τιμών της κατανομής student's t όταν το δείγμα είναι μεγάλο.....	373

12.8. Διάστημα εμπιστοσύνης για τον μέσο $\mu$ όταν το δείγμα αποτελεί σημαντικό ποσοστό ενός πεπερασμένου πληθυσμού μεγέθους $N$ .....	374
12.9. Διάστημα εμπιστοσύνης για τον μέσο $\mu$ ενός μη κανονικού πληθυσμού όταν η διακύμανση είναι άγνωστη και το μέγεθος του δείγματος μεγάλο .....	376
12.10. Διάστημα εμπιστοσύνης για την μέση διαφορά παρατηρήσεων εμφανιζομένων σε ζεύγη (paired observations).....	377
12.11. Διάστημα εμπιστοσύνης για την διαφορά μεταξύ δύο πληθυσμιακών μέσων $\mu_1 - \mu_2$ όταν οι διακυμάνσεις των δύο πληθυσμών είναι γνωστές .....	380
12.12. Διάστημα εμπιστοσύνης για την διαφορά δύο μέσων $\mu_1 - \mu_2$ όταν οι διακυμάνσεις είναι άγνωστες .....	381
12.13. Διάστημα εμπιστοσύνης για την διακύμανση $\sigma^2$ ενός κανονικού πληθυσμού .....	384
12.14. Διάστημα εμπιστοσύνης για το πηλίκο των διακυμάνσεων $\sigma_1^2 / \sigma_2^2$ δύο κανονικών πληθυσμών.....	387
12.15. Διάστημα εμπιστοσύνης για την αναλογία (Confidence intervals for proportion) .....	389
12.16. Διάστημα εμπιστοσύνης για την διαφορά δύο αναλογιών $P_1 - P_2$ .....	391
12.17. Απαιτούμενο μέγεθος του δείγματος $n$ για να εκτιμηθεί η αναλογία $p$ ή ο μέσος $\mu$ σε μία δειγματοληψία .....	393
12.18. Ασκήσεις κεφαλαίου 12.....	397

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 13

#### ΕΛΕΓΧΟΣ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ (Hypothesis Testing)

13.1. Εισαγωγή.....	403
13.2. Βασικοί ορισμοί του έλεγχου υποθέσεων .....	404
13.3. Βασικά στάδια του έλεγχου υποθέσεων.....	405
13.4. Έλεγχος υποθέσεων για τον μέσο πληθυσμού που ακολουθεί την κανονική κατανομή όταν η διακύμανση του πληθυσμού είναι γνωστή.....	416
13.5. Έλεγχος υποθέσεων για τον μέσο πληθυσμού που ακολουθεί την κανονική κατανομή όταν η διακύμανση είναι άγνωστη .....	419

13.6. Σχέση μεταξύ έλεγχου υποθέσεων και διαστημάτων εμπιστοσύνης .....	420
13.7. Έλεγχος υποθέσεων για τον μέσο του πληθυσμού των διαφορών $\chi_{1i} - \chi_{2i}$ , όπου οι τιμές $\chi_{1i}$ και $\chi_{2i}$ συσχετίζονται ως προς ένα χαρακτηριστικό .....	421
13.8. Έλεγχος υποθέσεων για τον μέσο πληθυσμού που δεν ακολουθεί την κανονική κατανομή .....	423
13.9. Έλεγχος υποθέσεων για την διαφορά των μέσων δύο πληθυσμών που ακολουθούν την κανονική κατανομή .....	426
13.10. Έλεγχος υποθέσεων για την διαφορά μεταξύ δύο μέσων πληθυσμών που δεν ακολουθούν την κανονική κατανομή .....	432
13.11. Έλεγχος υποθέσεων για την αναλογία του πληθυσμού .....	434
13.12. Έλεγχος υποθέσεων για την διαφορά μεταξύ δύο αναλογιών πληθυσμού .....	436
13.13. Έλεγχος υποθέσεων για τη διακύμανση ενός πληθυσμού που ακολουθεί την κανονική κατανομή .....	440
13.14. Έλεγχος υποθέσεων για το πηλίκο των διακυμάνσεων δύο πληθυσμών που ακολουθούν την κανονική κατανομή .....	441
13.15. Ασκήσεις κεφαλαίου 13 .....	445

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 14

### ΑΠΛΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΠΑΛΙΝΔΡΟΜΗΣΗ (Simple Linear Regression)

14.1. Εισαγωγή .....	451
14.2. Προσδιοριστικό και Πιθανοθεωρητικό Μοντέλο Γραμμικής Σχέσης Δύο Μεταβλητών .....	452
14.3. Στικτό Διάγραμμα Δεδομένων (Scattergram) .....	453
14.4. Συνθήκες για την Ισχύ του Μοντέλου Απλής Γραμμικής Παλινδρόμησης .....	457
14.5. Εκτίμηση των Παραμέτρων $\alpha$ και $\beta$ με την Αρχή των Ελαχίστων Τετραγώνων (Principle of Least Squares) .....	459
14.6. Εκτίμηση της Διακύμανσης $\sigma^2$ .....	467
14.7. Στατιστική Συμπερασματολογία για τις Κατανομές των Συντελεστών $\alpha$ και $\beta$ της ευθείας Γραμμικής Παλινδρόμησης .....	469
14.8. Έλεγχος Υποθέσεων για τις Παραμέτρους $\alpha$ και $\beta$ του Μοντέλου Απλής Γραμμικής Παλινδρόμησης .....	470

14.8.1. Σύνομη Επισκόπηση των Βασικών Εννοιών του Ελέγχου Υποθέσεων.....	470
14.8.2. Έλεγχος Υποθέσεων.....	471
14.9. Διαστήματα Εμπιστοσύνης για τις Παραμέτρους $\alpha$ και $\beta$ του Μοντέλου Απλής Γραμμικής Παλινδρόμησης.....	475
14.10. Αριθμητικές Εφαρμογές των Διαστημάτων Εμπιστοσύνης για τις Παραμέτρους $\alpha$ και $\beta$ .....	476
14.11. Χρήση του Μοντέλου Απλής Γραμμικής Παλινδρόμησης για την Εκτίμηση Παραμέτρων και Πρόβλεψη.....	478
14.12. Διάστημα Εμπιστοσύνης για την $E(Y/x_0)$ Διάστημα Πρόβλεψης για την μεταβλητή $Y$ , όταν $X=x_0$ .....	480
14.13. Ο Συντελεστής Συσχέτισης (Correlation Coefficient).....	482
14.14. Έλεγχος Υποθέσεων για το Συντελεστή Συσχέτισης $\rho$ .....	489
14.15. Συντελεστής Προσδιορισμού (Coefficient of Determination).....	491
14.16. Συντελεστής Συσχέτισης του Spearman (Spearman Rank Correlation).....	492
14.17. Πολλαπλή Παλινδρόμηση (Multiple Regression).....	495
14.18. Παλινδρόμηση Παραβολής.....	499
14.19. Παλινδρόμηση με Μετασχηματισμένες Μεταβλητές.....	502
14.20. Συντελεστής Πολλαπλού Προσδιορισμού (Coefficient of Multiple Determination).....	502
14.21. Συντελεστής Μερικού Προσδιορισμού (Coefficient of Partial Determination).....	504
14.22. Ασκήσεις Κεφαλαίου 14.....	506

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 15

### ΠΟΙΟΤΙΚΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΜΕ ΤΗ ΒΟΗΘΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΩΝ ΤΕΧΝΙΚΩΝ (Statistical Quality Control)

15.1. Εισαγωγή.....	519
15.2. Διαγράμματα ελέγχου (control charts).....	520
15.3. Στάδια κατασκευής διαγράμματος ελέγχου.....	521
15.4. Διάγραμμα ελέγχου για την αναλογία των ελαττωματικών προϊόντων (control charts for fraction defective).....	529



**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 16****ΑΝΑΛΥΣΗ ΧΡΟΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΣΕΙΡΩΝ ΚΑΙ ΕΜΠΟΡΙΚΕΣ  
ΠΡΟΒΛΕΨΕΙΣ****(Elements of Time-Series Analysis)**

16.1. Εισαγωγή .....	533
16.2. Οι τέσσερες βασικές συνιστώσες μίας χρονολογικής σει- ράς .....	534
16.3. Ανάλυση χρονολογικών σειρών .....	535
16.4. Μελέτη-μέτρηση της μακροπρόθεσμης τάσης.....	536
16.5. Μέτρηση της εποχικής διακύμανσης .....	552

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 17****ΑΡΙΘΜΟΔΕΙΚΤΕΣ****(Index numbers)**

17.1. Εισαγωγή .....	565
17.2. Απλοί δείκτες τιμής (simple price relatives).....	566
17.3. Απλοί δείκτες ποσότητας και αξίας .....	566
17.4. Παραδείγματα απλών δεικτών .....	567
17.5. Ιδιότητες απλών δεικτών .....	569
17.6. Σύνθετοι αριθμοδείκτες.....	570
17.6.1. Απλοί αθροιστικοί και μέσοι αριθμοδείκτες .....	570
17.6.2. Σταθμικοί αριθμοδείκτες .....	574
17.6.3. Σταθμικοί δείκτες τιμών και ποσοτήτων του Laspeyres και του Paasche. Ιδανικός δείκτης Fisher.....	575
17.6.4. Δείκτης τιμών καταναλωτή .....	577

<b>ΛΥΣΕΙΣ ΤΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ (Solution of the exercises) .....</b>	<b>581</b>
--	------------

<b>ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΟΙ ΠΙΝΑΚΕΣ (Tables) .....</b>	<b>631</b>
---	------------

<b>ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ (Bibliography) .....</b>	<b>667</b>
--	------------

<b>ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ, ΕΛΛΗΝΟΑΓΓΛΙΚΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΟΡΟΛΟΓΙΑ (Index, statistical terms in Greek and English).....</b>	<b>673</b>
--	------------

### **Λίγα λόγια για το συγγραφέα...**

*Ο Χρήστος Κων/νου Φράγκος γεννήθηκε στα Γιάννενα το 1949.*

*Κατέχει Πτυχίο του Μαθηματικού Τμήματος της Σχολής Θετικών Επιστημών του Πανεπιστημίου Αθηνών, Master of Science in Statistics από το Πανεπιστήμιο Brunel της Αγγλίας και Doctor of Philosophy in Statistics από το London School of Economics and Political Sciences (1980). Έκανε μεταδιδακτορικές σπουδές στο University College, London, και Imperial College, London.*

*Δίδαξε θεωρία Πιθανοτήτων και Στατιστικής στο Πανεπιστήμιο Κρήτης (1981-1983), στο Πανεπιστήμιο Witwatersrand του Γιοχάννεσμπουργκ, Νότια Αφρική (1984-1986, 1988-1995), και στο Τμήμα Στατιστικής του Southern Methodist University, Dallas, Texas (1987). Έχει δημοσιεύσει πολλές επιστημονικές εργασίες σε ξένα επιστημονικά περιοδικά (Biometrika κ.α.). Ειδικεύεται σε θέματα μη παραμετρικών μεθόδων Στατιστικής (Robust Estimation, Bootstrap Methods). Έχει κάνει επιστημονικές ανακοινώσεις σε περισσότερα από 50 Διεθνή Συνέδρια.*

### **A few words about the author...**

*Chris C. Frangos was born in Greece (Ioannina) in 1949.*

*He has a B.Sc. in Mathematics (University of Athens), a M.Sc. in Statistics (University of Brunel) and a Ph.D. in Statistics (London School of Economics and Political Sciences, 1980). He has carried out post-doctoral studies at University College, London and Imperial College, London.*

*He has taught Probability and Statistics at the University of Crete (1981-1983), at the University of Witwatersrand, Johannesburg, South Africa (1984-1986, 1988-1995), and at the Southern Methodist University, Dallas, Texas (1987). He has published numerous scientific papers in foreign journals (Biometrika, etc.) and he has read papers at many International Conferences. His research interests include the areas of Nonparametric Statistics (Robust Estimation, Bootstrap Methods of Estimation, etc.).*

---

## ΠΡΟΛΟΓΟΣ (Preface)

---

Με ιδιαίτερη συγκίνηση και αίσθημα ευθύνης προβαίνομε στην έκδοση του βιβλίου Στατιστική Επιχειρήσεων. Συγκίνηση μεν, γιατί είναι το δεύτερο ελληνικό βιβλίο μας στη Στατιστική Επιστήμη, μετά το βιβλίο Στατιστική Ι, συμπυκνώνοντας διδακτική και επιστημονική πείρα είκοσι δύο ετών σε Πανεπιστήμια του εξωτερικού και της Ελλάδας. Αίσθημα ευθύνης δε, γιατί γνωρίζομε ότι πρέπει να δώσουμε με τρόπο κατανοητό και ακριβή τις δύσκολες έννοιες της Πιθανότητας, των Κατανομών και του Ελέγχου Υποθέσεων, οι οποίες αποτελούν το Μαθηματικό υπόβαθρο της Στατιστικής. Ο σκοπός του βιβλίου αυτού είναι να δώσει μια σύγχρονη, πλήρη και μαθηματικά επαρκή παρουσίαση των στατιστικών εννοιών, εμπλουτισμένη με πολλά παραδείγματα και εφαρμογές από το Εμπόριο, τη Οικονομία, την Τεχνική, την Βιολογία και την Επιστήμη γενικά. Καταβλήθηκε προσπάθεια να συνοδεύεται ο κάθε ορισμός με πληθώρα παραδειγμάτων με πραγματικά δεδομένα. Παραθέτομε πολλές από τις αποδείξεις των θεωρημάτων, γιατί πιστεύομε ότι ο αναγνώστης αντιλαμβάνεται καλύτερα ένα αποτέλεσμα, όταν μελετήσει την λογική απόδειξη του αποτελέσματος αυτού.

Το βιβλίο αυτό απαιτεί στοιχειώδεις γνώσεις Μαθηματικών οι οποίες παρέχονται στη Δευτεροβάθμια Λυκειακή Εκπαίδευση.

Στο 10 κεφάλαιο των Συνεχών Τυχαίων Μεταβλητών, μερικές αποδείξεις θεωρημάτων που απαιτούν την χρήση ολοκληρωμάτων, μπορούν να παραλειφθούν χωρίς να αλλοιωθεί σοβαρά η παρουσίαση των αποτελεσμάτων που αναφέρονται στις συνεχείς κατανομές.

Τα πρώτα τρία κεφάλαια είναι η παρουσίαση των περιγραφικών μέτρων Θέσης και Διασποράς, όπως επίσης και των διαγραμμάτων, τα οποία βοηθούν στην κατανόηση της δομής των στατιστικών δεδομένων.

Ο Δειγματικός Συντελεστής Λοξότητας (Pearson coefficient of skewness), το Κιβωτιοδιάγραμμα (box-plot), και το Θεώρημα του Chebyshev, είναι ιδιαίτερα χαρακτηριστικά των περιεχομένων των τριών πρώτων κεφαλαίων. Στα 1, 2, 3, κεφάλαια, οι ασκήσεις συνοδεύονται με τις λύσεις τους.

Το 4 κεφάλαιο είναι η παρουσίαση των ροπών, οι οποίες εξηγούν την μορφή της Κατανομής των δεδομένων και μας βοηθούν στην εκτίμηση των Παραμέτρων.

Το 5 και το 6 κεφάλαιο είναι η παρουσίαση των Συνόλων και των Συνδυασμών (combinations) αντίστοιχα, οι οποίοι είναι απαραίτητοι για τον υπολογισμό των πιθανοτήτων. Στο 6 κεφάλαιο παραθέτομε το Διωνυμικό Θεώρημα για να δείξομε την σημασία των συνδυασμών.

Στο 7 κεφάλαιο γίνεται η Μαθηματική θεμελίωση της Στατιστικής με την έννοια της Πιθανότητας και της Δεσμευμένης Πιθανότητας (conditional probability).

Στο 8 κεφάλαιο παρουσιάζεται η Μέση τιμή, η Διακύμανση και Τυπική Απόκλιση των μονοδιάστατων Τυχαίων Μεταβλητών, ενώ το 9 κεφάλαιο παρουσιάζει τις Κατανομές των Διακριτών Μεταβλητών, Διωνυμική, Υπεργεωμετρική και Poisson.

Στο 10 κεφάλαιο παρουσιάζεται η έννοια της Συνεχούς Τυχαίας Μεταβλητής και η σημαντικότερη συνεχής κατανομή της Στατιστικής, η οποία είναι η Κανονική Κατανομή.

Το 11ο Κεφάλαιο εξετάζει τις κυριότερες Κατανομές Δειγματοληψίας.

Τα Κεφάλαια 12ο και 13ο παρουσιάζουν τη θεωρία της Εκτιμητικής και του Ελέγχου Υποθέσεων, με πληθώρα παραδειγμάτων από τα πεδία της Οικονομίας και της Επιστήμης.

Το 14 κεφάλαιο είναι η παρουσίαση της Απλής και Πολλαπλής Παλινδρόμησης, του Συντελεστή Συσχέτισης και του Συντελεστή Πολλαπλού και Μερικού Προσδιορισμού (coefficient of multiple and partial determination). Επίσης, δίνονται τα Διαστήματα Εμπιστοσύνης για τις παραμέτρους της ευθείας Γραμμικής Παλινδρόμησης.

Το Κεφάλαιο 15ο εισάγει τις βασικές έννοιες και τεχνικές του Στατιστικού Ελέγχου Ποιότητας. Η βελτίωση των μεθόδων παραγωγής της Βιομηχανίας και ειδικότερα των ελληνικών βιομηχανικών μονάδων εξαρτάται κατά μεγάλο ποσοστό από τη εισαγωγή μεθόδων ποιοτικού Ελέγχου για κάθε παραγόμενο προϊόν, σύμφωνα με τα παραδείγματα της Ιαπωνίας και των Ηνωμένων Πολιτειών της Αμερικής.

Τέλος, τα Κεφάλαια 16ο και 17ο, αντίστοιχα, παρουσιάζουν μία περιεκτική ανάλυση των Χρονολογικών Σειρών και των Αριθμοδεικτών, δίνοντας τις έννοιες της Εκθετικής εξομάλυνσης, (exponential smoothing), και των δεικτών Paasche και Laspeyres.

Ένα ενδιαφέρον χαρακτηριστικό του βιβλίου είναι η Στατιστική Ορολογία με τους ανάλογους αγγλικούς όρους.

Θεωρούμε χρέος μας να ευχαριστήσουμε θερμά όλους εκείνους που συντέλεσαν στην πληρέστερη παρουσίαση του βιβλίου. Πολλοί είναι εκείνοι οι οποίοι μας βοήθησαν ηθικά κατά τη συγγραφή του βιβλίου. Ιδιαίτερες ευχαριστίες εκφράζονται στον Εκδοτικό Οίκο Α. Σταμούλη και στο προσωπικό του Ατελιέ Γραφικών Τεχνών «Κύτταρο», για την προσεγμένη δακτυλογράφηση και την κατανόηση των δυσκολιών που συνοδεύουν τη έκδοση ενός βιβλίου.

Στη σύζυγό μου και στα παιδιά μου εκφράζονται θερμές ευχαριστίες για τη κατανόησή τους κατά την τριετή συγγραφή του βιβλίου.

Αναμφίβολα, υπάρχουν λάθη και παραλείψεις. Γι' αυτά είμαστε αποκλειστικά υπεύθυνοι, και θα είμαστε ευγνώμονες αν πληροφορηθούμε από τους αναγνώστες τα λάθη αυτά, για να τα διορθώσουμε στην 2<sup>η</sup> έκδοση.

Αθήνα, Γενάρης 1998

Χρήστος Κ. Φράγκος

